LES **DOSSIERS** DE LA **DEPP**

209

— PÉDAGOGIE —

Cedre 2014 mathématiques en fin de collège

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE

LES DOSSIERS DE LA DEPP

209

Cedre 2014 mathématiques en fin de collège

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE

n° 209
novembre
2017

Direction de la publication
Fabienne Rosenwald

Auteurs

Philippe Arzoumanian
Anne-Marie Camper
Étienne Dalibard
Alain Diger
Brigitte Grugeon
Laetitia Leage
Pascale Masselot
Christine Mémier
Raphaël Minck
Vincent Paillet
Nicolas Petiot
Julia Pilet
Arnaud Pousset
Rui Dos Santos
Érick Roser

Cet ouvrage est édité par
le ministère de l'Éducation nationale

Édition
Bernard Javet

Direction de l'évaluation,
de la prospective
et de la performance
61-65, rue Dutot
75732 Paris Cedex 15

Conception et réalisation graphique
Anthony Fruchart

ISSN 2119-0690
e-ISSN 2431-8043
ISBN 978-2-11-152124-7
e-ISBN 978-2-11-152125-4

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE

Sommaire

Introduction générale au dossier Cedre 2014 Mathématiques fin de collège

La DEPP met en place des dispositifs d'évaluation des acquis des élèves reposant sur des épreuves standardisées. Elle est également maître d'œuvre pour la France des évaluations internationales telles que PIRLS, TIMSS ou PISA.

Ces programmes d'évaluations sont des outils d'observation des acquis des élèves pour le pilotage d'ensemble du système éducatif (Trosseille et Rocher, 2015). Les évaluations du Cedre (Cycle d'évaluations disciplinaires réalisées sur échantillons) révèlent ainsi, en référence aux programmes scolaires, les objectifs atteints et ceux qui ne le sont pas. Ces évaluations doivent permettre d'agir au niveau national sur les programmes des disciplines, sur l'organisation des apprentissages, sur les contextes de l'enseignement, sur des populations caractérisées.

Leur méthodologie de construction s'appuie sur les méthodes de la mesure en éducation et sur des modélisations psychométriques. Ces évaluations concernent de larges échantillons représentatifs d'établissements, de classes et d'élèves. Elles permettent d'établir des comparaisons temporelles afin de suivre l'évolution des performances du système éducatif.

Le cycle des évaluations disciplinaires réalisées sur échantillons (Cedre) établit des bilans nationaux des acquis des élèves en fin d'école et en fin de collège. Il couvre les compétences des élèves dans la plupart des domaines disciplinaires en référence aux programmes scolaires. La présentation des résultats permet de situer les performances des élèves sur des échelles de niveaux allant de la maîtrise pratiquement complète de ces compétences à une maîtrise bien moins assurée, voire très faible, de celles-ci.

Renouvelées tous les six ans (tous les cinq ans à partir de 2012), ces évaluations permettent de répondre à la question de l'évolution du niveau des élèves au fil du temps.
Ces évaluations n'ont pas valeur de délivrance de diplômes, ni d'examen de passage ou d'attestation de niveau ; elles donnent une photographie instantanée de ce que savent et savent faire les élèves à la fin d'un cursus scolaire. En ce sens, il s'agit bien d'un bilan.

Destinées à être renouvelées périodiquement, ces évaluations-bilans permettent également de disposer d'un suivi de l'évolution des acquis des élèves dans le temps. Pour cette raison, les épreuves ne peuvent pas être totalement rendues publiques, car, devant être en grande partie reprises lors des prochains cycles d'évaluation, elles ne doivent pas servir d'exercices dans les classes.

Ces évaluations apportent un éclairage qui intéresse tous les niveaux du système éducatif, des décideurs aux enseignants sur le terrain, en passant par les formateurs : elles informent sur les compétences et les connaissances des élèves à la fin d'un cursus ; elles éclairent sur l'attitude et la représentation des élèves à l'égard de la discipline ; elles interrogent les pratiques d'enseignement au regard des programmes ; elles contribuent à enrichir la réflexion générale sur l'efficacité et la performance de notre système éducatif.

Ces évaluations étant passées auprès d'échantillons statistiquement représentatifs de la population scolaire de France métropolitaine (plus de 8 000 élèves pour le Cedre Mathématiques fin de troisième de mai 2014), aucun résultat par élève, établissement ni même par département ou académie ne peut être calculé.
L'évaluation-bilan de mai 2014 a pour objectif de rendre compte des acquis en mathématiques de l'ensemble des élèves en fin de collège, un des moments clés du cursus scolaire. Elle permet une comparabilité avec l'évaluation de mai 2008.

Un balayage exhaustif étant impossible, elle est conçue à partir des finalités majeures des programmes pour répondre à des questions essentielles.
Comment se caractérisent les aptitudes à résoudre des problèmes à caractère mathématique, dans la perspective d'une situation de vie quotidienne, professionnelle non spécialisée ou citoyenne ?
Comment sont connues les définitions et les propriétés des principaux concepts mathématiques ?
Comment sont maîtrisés les systèmes de représentations sémiotiques de ces mêmes concepts ?
Comment sont atteints les objectifs de développement

de l'aptitude à raisonner, que ce soit pour mener des raisonnements déductifs non formalisés à l'écrit, pour rédiger une démonstration, pour conduire un calcul, pour développer un contre-exemple ou pour contrôler un résultat ?

Les acquis en mathématiques sont observés non seulement à partir de cahiers d'items (exercices), évaluant des aspects cognitifs, mais aussi au travers de questionnaires « de contexte ».
De tels questionnaires ont été proposés à un échantillon d'élèves et d'enseignants de mathématiques. Les questionnaires de contexte des élèves permettent de cerner l'environnement familial et scolaire des élèves ainsi que leurs perceptions de la discipline et de leur établissement.
Ils apportent un riche éclairage sur les performances des élèves.

Les questions sont conçues selon deux formats possibles : des QCM (majoritairement) et des questions ouvertes courtes, c'est-à-dire demandant une réponse rédigée.

Les items sont choisis dans quatre domaines principaux.

— Géométrie : dans le plan, dans l'espace, construction de figure, instruments (règle, équerre, compas, rapporteur), symétries, repérage, … (57 items).
— Nombres et calculs : arithmétique, algèbre, calcul mental, calcul posé, calcul instrumenté, calcul exact, calcul approché, entiers, décimaux, fractions, radicaux, comparaison de nombres, … (73 items).
— Organisation et gestion de données – Fonctions : proportionnalité, indicateurs statistiques, représentation de données, tableur, grandeur quotient, fonctions affines et linéaires, … (72 items).
— Grandeurs et mesures : durée, longueur, aire, volume, unités, conversions, formules usuelles, … (34 items).

Les items des quatre domaines sont pour certains identiques à ceux proposés en 2008 afin d'assurer une comparabilité de qualité.
Afin de ne pas déstabiliser les élèves, tous les items sont conçus par des enseignants de mathématiques dans la perspective de ce qui est pratiqué en classe ou de ce que l'on peut trouver dans les manuels.
Un équilibre de proportion entre les items considérés comme étant de difficulté « facile », « moyenne » ou « difficile » est recherché.
Trois formats de questions sont utilisés : questions à choix multiples (QCM), question ouverte appelant une réponse écrite (démonstration, calcul, construction géométrique, …) et calcul mental dicté à partir d'un CD audio.

Plusieurs items peuvent être regroupés dans « une situation ». Cependant, ils restent indépendants les unes des autres. Les items au format QCM occupent la plus large part de l'évaluation-bilan. Au final, l'analyse s'appuie sur 236 items dont 134 d'ancrage (identiques à 2008) soit 57 %.

Les six groupes de l'échelle sont réalisés à l'aide de modèle de réponse à l'item.
Les modèles de réponse à l'item permettent de positionner sur une même échelle les paramètres de difficulté des items et les niveaux de compétences des élèves. Cette correspondance permet de caractériser les compétences maîtrisées pour différents groupes d'élèves.

Les scores en mathématiques estimés selon le modèle de réponse à l'item ont été standardisés de manière à obtenir une moyenne de 250 et un écart-type de 50 pour l'année 2008. Puis, comme le montre la figure ci-dessous, la distribution des scores est « découpée » en six groupes de la manière suivante : nous déterminons le score-seuil en deçà duquel se situent 15 % des élèves (groupes < 1 et 1) et nous déterminons le score-seuil au-delà duquel se situent 10 % des élèves (groupe 5). Entre ces deux niveaux, l'échelle a été scindée en trois parties d'amplitudes de scores égales correspondant à trois groupes intermédiaires. Ces choix sont arbitraires et ont pour objectif de décrire plus précisément le continuum de compétence.

En effet, les modèles de réponse à l'item ont l'avantage de positionner sur la même échelle les scores des élèves et les difficultés des items. Ainsi, chaque item est associé à un des six groupes, en fonction des probabilités estimées de réussite selon les groupes. Un item est dit « maîtrisé » par un groupe dès lors que l'élève ayant le score le plus faible du groupe a au moins 50 % de chance de réussir l'item. Les élèves du groupe ont alors plus de 50 % de chance de réussir cet item.

Ce dossier est divisé en six fiches.
Fiche 1 : description de l'échelle Cedre, répartition des nouveaux items et évolution des items d'ancrage.
Fiche 2 : analyse de certains thèmes du programme de mathématiques.
Fiche 3 : analyse du questionnaire « enseignants ».
Fiche 4 : analyse des différents champs du programme de mathématiques.
Fiche 5 : analyse des procédures et des erreurs dans les items ouverts de l'enquête.
Fiche 6 : analyse du questionnaire « élèves ».

Fiche 1 : La description de l'échelle

TABLEAU 1.1 Description des groupes de l'échelle

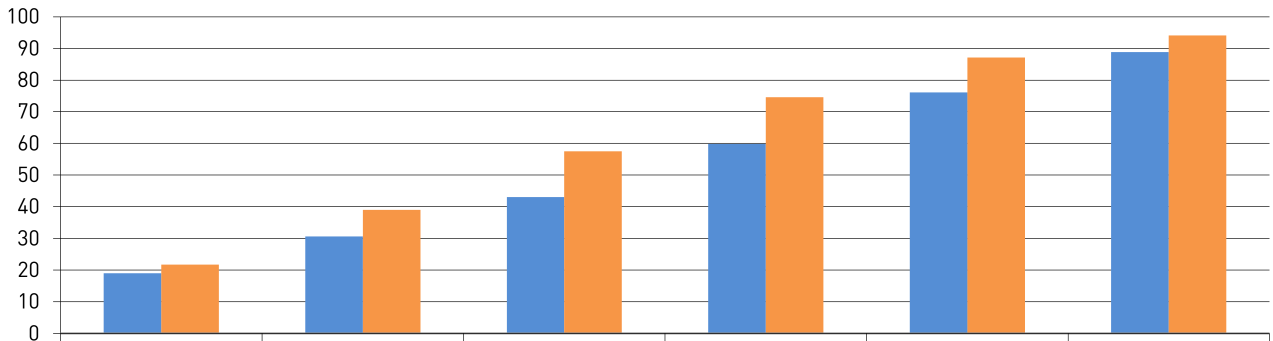
% Population	
Groupe 5 9,1 %	Les élèves du groupe 5 prennent des initiatives et argumentent leurs choix. Dans les différents champs mathématiques, ils mènent des raisonnements structurés, en particulier, ils citent des contre-exemples pour invalider une expression algébrique modélisant une situation. Ils mobilisent correctement un large éventail de définitions et de propriétés enseignées au collège. Ils sont capables de résoudre un problème à l'aide des nombres en écriture fractionnaire et d'effectuer des opérations sur des radicaux. Enfin, les notions sur les fonctions sont mieux comprises et exploitées par ces élèves. Ils établissent, par exemple, des liens entre définition algébrique, représentation graphique et tableau de valeurs, tous associés à une même fonction.
313	
Groupe 4 15,3 %	Les élèves du groupe 4 sont capables d'analyses à deux étapes déductives. C'est à partir de ce groupe qu'ils produisent des raisonnements formalisés dans une démonstration écrite et citent un contre-exemple pour invalider un énoncé dans le cadre numérique. Confrontés à une figure de géométrie complexe, ils identifient une sous-figure pertinente qui se base sur les conditions suffisantes du théorème usité. De plus, la proportionnalité et les nombres sont des éléments mieux maîtrisés par ces élèves. En effet, ils calculent une quatrième proportionnelle et réalisent des opérations sur les nombres en écriture fractionnaire. Dans le domaine des fonctions, ils comprennent le formalisme f(a)=b. À ce stade, ils ne confondent plus périmètre et aire.
275	
Groupe 3 28,3 %	Les élèves du groupe 3 peuvent conduire des raisonnements à une étape déductive. Leurs aptitudes à réaliser des calculs algébriques sont étendues. Ils sont capables de développer une expression algébrique simple ou de la factoriser en utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition ou les identités remarquables. En outre, ils utilisent la proportionnalité comme un outil permettant de résoudre les problèmes. En géométrie, ils savent mettre en œuvre certains théorèmes du programme dans des cas simples. Enfin, le calcul d'aire par dénombrement d'unités et la conversion de durées entre les systèmes sexagésimal et décimal sont acquis. Ils réussissent à calculer des différences et des produits d'entiers relatifs.
237	
Groupe 2 27,8 %	Les élèves du groupe 2 possèdent des compétences pour réaliser des calculs sur les nombres entiers et décimaux relatifs (somme). Ils maîtrisent des programmes de calcul, en particulier, ils parviennent à remonter un programme de calcul et à proposer les expressions littérales associées dans le cas affine. Néanmoins, l'utilisation du calcul littéral reste une difficulté pour eux. La proportionnalité est bien utilisée dans des cas simples de la vie courante et reconnue à partir d'un tableau (recherche de l'information). Les conversions d'unités de longueur et de masse simples sont, elles aussi, maîtrisées. La notion de vitesse est globalement comprise, tout comme les calculs de durée (en heures et en minutes). En géométrie, ils reconnaissent des droites remarquables dans un triangle (hauteur, médiane) et des figures simples en perspective cavalière.
199	
Groupe 1 15,9 %	Les élèves du groupe 1 donnent du sens à des situations de proportionnalité à partir d'un graphique ou d'une expression linéaire, des situations simples de pourcentage, de représentation dans l'espace, d'unité de durée, et ils sont capables d'un premier pas vers l'interprétation ou la mise en relation de données. Ils maîtrisent le calcul mental dans des cas simples et des calculs isolés élémentaires sur les décimaux ainsi que le calcul de pgcd. Ils savent comparer des probabilités dans des univers multiples et non représentés.
161	
Groupe < 1 3,6 %	Les élèves du groupe <1 sont capables de traiter des situations simples mobilisant des grandeurs ou données familières, d'extraire de l'information explicite exhaustive (sans inférence ni interprétation), de réaliser des calculs avec les quatre opérations sur les entiers (attendus en fin de CM2, début de collège) et de reconnaître l'écriture chiffrée des grands nombres.

Lecture : - Les élèves du groupe 2 représentent 27,8 % des élèves (cf. première colonne de gauche). Ils sont capables de réaliser les tâches des groupes <1, 1 et 2. Cependant, ils ont une probabilité faible de réussir les tâches spécifiques aux groupes 3, 4 et 5. Enfin, l'élève le plus faible du groupe 2 a un score de 199, tandis que le meilleur du groupe présente un score de 237.
- Les compétences de résolution de problèmes sont marquées en gras.
Source : MENESR-DEPP.

— Dans tous les groupes, la réussite aux nouveaux items est supérieure à celle des items conservés de 2008.
— Certains items d'ancrage évoluent dans l'échelle en fonction des domaines.
— L'évaluation met en évidence que la maîtrise technique (développer ou factoriser une expression, résoudre une équation, effectuer des opérations sur les radicaux, ...) recule pour l'ensemble des élèves, sauf ceux du groupe 5.

Pour l'évaluation de 2014, de nouveaux items ont été ajoutés à ceux de 2008. Ils permettent de :
— mieux caractériser les groupes de bas niveau,
— évaluer davantage l'aptitude à résoudre des problèmes sur des items ouverts,
— prendre en compte des notions nouvelles des programmes de 2008, en particulier les probabilités.

FIGURE 1.1 Répartition des items d'encrage et des nouveaux items dans les groupes de l'échelle



	Groupe <1	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Conservé	19,0	30,6	43,0	59,8	76,1	88,8
Nouveau	21,7	39,0	57,5	74,6	87,1	94,1

1.1 LA RÉPARTITION DES ITEMS NOUVEAUX

Pour l'évaluation de 2014, de nouveaux items ont été ajoutés à ceux repris de 2008.
Ces nouveaux items sont répartis selon deux catégories :
— Les items de la première catégorie sollicitent des connaissances exigibles du socle commun pour caractériser les groupes de bas niveau.
— Les items de la seconde catégorie (items ouverts) pointent l'aptitude à mobiliser des connaissances et des techniques et à raisonner dans le cadre de la résolution de problèmes relevant ou non du socle commun pour caractériser les groupes de plus haut niveau.
Dans tous les groupes, la réussite aux nouveaux items est supérieure à celle des items conservés de 2008.

1.2 LE POSITIONNEMENT DES ITEMS NOUVEAUX DANS L'ÉCHELLE

Les nouveaux items de l'échelle concernent tous les domaines et tous les groupes. Ils permettent de préciser la caractérisation des compétences des élèves des groupes, et plus particulièrement, des groupes de bas niveau pour lesquels les compétences maîtrisées étaient peu décrites. De plus, des compétences concernant les notions nouvelles des programmes de 2008, en particulier les probabilités, ont été rajoutées.

Pour le domaine « Nombres et calcul », ces items nouveaux concernent les élèves de tous les groupes, à partir du groupe 1 :
— Groupe 4 :
• Contre-exemple pour invalider une affirmation dans le cadre numérique ;
• utiliser le PGCD de deux nombres en contexte.
— Groupe 3 :
- Faire fonctionner ou remonter un programme de calculs avec un entier négatif
— Groupe 2 :
• Remonter un programme de calculs contenant plus de deux opérations sans résultat négatif ;
• Associer une expression littérale à un programme de calculs ;
• PGCD de deux nombres (demande explicite).
— Groupe 1 :
• Repérer un PGCD à partir des listes des diviseurs des deux nombres.

Pour le domaine « Géométrie », un seul item est nouveau et concerne le groupe 2 pour la géométrie dans l'espace : extraire de l'information à partir de figures simples en perspective cavalière.

Pour le domaine « Grandeurs et mesures », les items concernent le groupe <1 :
• Convertir en minutes des durées familières, exploiter des horaires et des durées familiers,
• exploiter la partie entière de la mesure décimale d'une masse en kg.

Pour le domaine « organisation et gestion données, fonction », les nouveaux items concernent les probabilités et les pourcentages pour les groupes <1, 1 et 2 :
— Groupe 2 :
• Comprendre les notions élémentaires de probabilité
• Comprendre un pourcentage d'augmentation
— Groupe 1
• Comparer des probabilités dans des univers multiples et non représentés
• Utiliser la définition de la notion de pourcentage (partition du tout)
— Groupe <1
• Calculer des probabilités dans des contextes familiers, l'univers étant représenté exhaustivement

Quelques remarques :
• Sur le domaine Nombres et calcul
Les nouveaux items permettent de mieux décrire les groupes en ce qui concerne le calcul numérique et algébrique même si certains aspects de compétence restent absents (priorité opératoire dans la production d'expressions littérales notamment). Mais la description selon les groupes reste insuffisante en ce qui concerne les décimaux, les fractions et les radicaux.

• Sur le domaine Organisation et gestion de données – Fonction
1. Pour les probabilités, les items nouveaux ne décrivent que des compétences des élèves des groupes <1, 1 et 2 alors qu'en ce qui concerne les statistiques, il s'agit des compétences des groupes 3 et 4. Cela semble étonnant que les élèves des groupes inférieurs à 3 ne maîtrisent pas au moins le calcul de moyenne puisqu'ils maîtrisent les calculs simples sur les entiers (groupe <1). Le fait qu'il n'existe pas d'item visant à évaluer le calcul d'une moyenne, explicite certainement cette interrogation.
2. Nous faisons une analyse analogue pour les fonctions où seuls les groupes 4 et 5 sont décrits. Aucun item sur le calcul des images ou des antécédents n'apparaît. Or ils pourraient permettre de caractériser les groupes antérieurs. Ces items sont pourtant testés à partir des programmes de calcul, et d'ailleurs ils sont nouveaux, mais sans le formalisme fonctionnel.

I.3 L'ÉVOLUTION DES ITEMS D'ANCRAGE DANS L'ÉCHELLE

Nombres et calcul

Deux items d'ancrage sont moins bien réussis :
• L'item « Additionner, soustraire, multiplier, mettre au même dénominateur un nombre en écriture fractionnaire » correspondant à des notions travaillées jusqu'en 4^{e}, est certainement moins travaillé en 3^{e}, ce qui peut expliquer une réussite plus faible.
• L'item « Effectuer des opérations sur les radicaux » n'étant plus dans le socle commun est certainement moins travaillé et donc moins bien réussi.
Trois items sont mieux réussis par les groupes <1 et 1 :
• Faire fonctionner ou remonter un programme de calculs avec un entier positif (avec les quatre opérations). Le travail sur les programmes de calcul a été institutionnellement renforcé, ce qui explique certainement cette progression.
• Écriture en chiffre d'un grand nombre (pour un nombre qui s'écrit comme il se prononce)
• Multiplier un nombre entier par un décimal de la forme 0,1 ; 0,01.

Géométrie

Trois items d'ancrage sont mieux réussis :
• Produire un contre-exemple ;
• Produire un raisonnement formalisé dans une démonstration écrite ;
• Extraire de l'information à partir d'un codage de figure.
Il est difficile pour les deux premiers d'inférer les causes de cette évolution. Cela peut d'ailleurs être lié à une évolution du codage des réponses. En ce qui concerne l'item « Extraire de l'information à partir d'un codage de figure », le travail plus habituel sur les figures à main levée et codées peut expliquer ce résultat.

Grandeurs et mesures

Trois items d'ancrage sont moins bien réussis :
• Calculer un périmètre par découpage/recollement de figures ;
• Effectuer une conversion entre unités d'aires ;
• Volume d'un parallélépipède rectangle.
Ces items sont peu travaillés, les procédures mises en jeu étant considérées comme peu expertes par les enseignants en 3^{e}. On peut faire l'hypothèse d'une accentuation de cet état de fait, compte tenu du nouveau programme mis en place à partir de 2006.
Un seul est mieux réussi : calculer l'aire d'un rectangle connaissant la longueur et la largeur. Deux hypothèses peuvent expliquer cette réussite : d'une part, le fait que cet item mette en jeu un calcul et, d'autre part, le travail habituel sur la substitution et l'application de formules.

Organisation et gestion de données – Fonction

Deux items d'ancrage sont moins bien réussis : calcu-

ler une quatrième proportionnelle, calculer 20 % d'une grandeur (CM). On peut faire l'hypothèse d'une perte de signification en augmentation du sens donné au produit en croix, lié à des pratiques formelles, stéréotypées, non appuyées sur le contexte qui permettrait de contrôler les résultats.
Trois items d'ancrage sont mieux réussis, les deux premiers concernant le groupe <1 : prélever des informations explicites dans un graphique sans interprétation, reconnaître une situation de proportionnalité à partir d'un graphique ou d'une expression linéaire, échelle associée à une carte.
On peut faire l'hypothèse d'une meilleure prise en compte d'un travail dans le registre graphique par les enseignants en lien avec les problèmes type PISA ou les problèmes complexes.
La compétence « Échelle associée à une carte » ne devrait pas se trouver dans probabilités, mais dans proportionnalité ou pourcentage.

1.4 LE RECUL DE LA MAÎTRISE TECHNIQUE

L'évaluation met en évidence par ailleurs que la maîtrise technique (développer ou factoriser une expression, résoudre une équation, effectuer des opérations sur les radicaux, …) recule pour l'ensemble des élèves, sauf ceux du groupe 5. Par exemple, le taux de réussite aux items demandant à l'élève de développer ou factoriser une expression baisse en moyenne de 8 points de pourcentage entre 2008 et 2014.
L'évaluation met en évidence qu'entre 2008 et 2014, les élèves maîtrisent moins bien le caractère « structural » d'une expression. Rappelons qu'une même expression peut être considérée de deux points de vue :
- soit elle exprime un programme de calcul : elle indique une suite d'opérations qu'il faut effectuer afin d'obtenir le nombre que « retourne » le programme de calcul quand on donne des valeurs numériques aux lettres qui y figurent ; on évoque alors le caractère « procédural » de l'expression ;
- soit elle est considérée comme un objet dont on peut décrire la structure et avec lequel on va pouvoir faire de nouveaux calculs (réduction, factorisation, développement, …) ; on évoque alors le caractère « structural » de l'expression.

Les trois exemples ci-dessous illustrent ce fait et l'évolution entre 2008 et 2014.

Un premier exemple :

Donner l'écriture réduite de l'expression littérale « 3x multiplié par 5x »
La question de cet exercice a été dictée aux élèves, à l'aide d'un CD-Rom.
Taux de réussite 2008 : 64 %
Taux de réussite 2014 : 54 %
Pour les deux évaluations, cet item est associé au groupe 3.

Un second exemple :

FIGURE 1.2 Factorisation avec facteur commun

Quelle est la forme factorisée de $(x+5)(2x-3)+(x+5)(x+1)$?

Cocher la bonne réponse.

1 ☐ $(x+5)(x-2)$
2 ☐ $(x+5)(3x-4)$
3 ☐ $(x+5)(3x-2)$
4 ☐ $(x+5)(1-x)$

Taux de réussite 2008 : 65 %
Taux de réussite 2014 : 57 %
Pour les deux évaluations, cet item est associé au groupe 3.

Un troisième exemple :

FIGURE 1.3 Factorisation sanns facteur commun

Quelle est l'écriture factorisée de $4a^2-20a+25$?
Cocher la bonne réponse.

1 ☐ $(2a-5)(a+5)$
2 ☐ $(2a-5)^2$
3 ☐ $(4a-5)^2$
4 ☐ $(4a-5)(4a+5)$

Taux de réussite 2008 : 51 %
Taux de réussite 2014 : 43 %
Pour les deux évaluations, cet item est associé au groupe 4.
Les tableaux suivants permettent de visualiser le positionnement des connaissances testées dans l'enquête pour les quatre champs du programme.

TABLEAU 1.2 Répartiton des connaissances dans les groupes de l'échelle

Bilan mathématiques collège 2014 — Nombres et calcul — 43 exercices + 22 exercices de CM — MENESR-DEPP–B2

	Calcul	Entiers	Décimaux	Fractions	Radicaux
HE	• Produire l'expression littérale d'une suite logique. • Ordres de grandeurs				
100 % **5**	• Contre-exemple pour invalider une expression algébrique modélisant une situation	• 3/4 de 44 (CM)		• Résoudre un problème à l'aide des nombres en écriture fractionnaire.	• Effectuer des opérations sur les radicaux.
90,9 % **4**	• Contre-exemple pour invalider une affirmation dans le cadre numérique • Utiliser une identité remarquable pour factoriser • Résoudre une équation de la forme ax+b=cx+d	• Utiliser le PGCD de deux nombres en contexte.		• Écriture de 3/4 sous forme décimale (CM) • Additionner, soustraire, multiplier, mettre au même dénominateur un nombre en écriture fractionnaire.	
75,6 % **3**	• Utiliser une identité remarquable pour développer • Développer/réduire une expression algébrique simple. • Substituer une lettre par une valeur dans une expression littérale de degré 2. • Faire fonctionner ou remonter un programme de calculs avec un entier négatif • Factoriser une expression en utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.	• Calculer la différence ou le produit de deux entiers relatifs (CM)			
47,3 % **2**	• Remonter un programme de calculs contenant plus de deux opérations sans résultat négatif. • Associer une expression littérale à un programme de calculs. • Substituer une lettre par une valeur dans une expression littérale de degré 1.	• Calculer la somme de deux entiers relatifs (CM) • PGCD de deux nombres (demande explicite).	• Comparaison de décimaux relatifs. • Calculer la somme de deux décimaux positifs (CM)		• Racine carré d'un carré parfait (CM)
19,5 % **1**	• Calcul isolé • Calcul mental dans des cas simples	• Écriture des entiers naturels • Addition sur les entiers naturels (CM) • Repérer un PGCD à partir des listes des diviseurs des deux nombres.	• Multiplier un entier par un décimal de la forme 0,1 ; 0,01...		
3,6 % **<1**	• Faire fonctionner ou remonter un programme de calculs avec un entier positif (avec les 4 opérations).	• Écriture en chiffre d'un grand nombre (écrit comme il se prononce)			

En rouge : passage d'une connaissance d'un groupe à un groupe supérieur, en vert passage d'une connaissance d'un groupe à un groupe inférieur, en bleu nouvelles connaissances testées, en noir connaissance dans le même groupe de l'échelle qu'en 2008.

Bilan mathématiques collège 2014 | Géométrie | 33 exercices | MENESR-DEPP–B2

HE	Raisonnement	Définitions et propriétés		Espace
100 % **5**	• Plus de deux étapes	• Connaître et utiliser un large éventail de définitions et de propriétés du collège		• Connaissances des solides usuels
90,9 % **4**	• Deux étapes déductives • Produire un contre-exemple • Produire un raisonnement formalisé dans une démonstration écrite • Identifier une sous-figure pertinente relativement aux conditions suffisantes d'un théorème	• Connaître et utiliser le théorème de Thalès dans la configuration du triangle • Connaître et utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la valeur exacte d'une grandeur contextualisée ou pour déterminer si un triangle est rectangle	• Calculer la mesure d'un angle ou d'une longueur d'un côté d'un triangle à l'aide de la trigonométrie • Connaître et utiliser la position du centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle	
75,6 % **3**	• Une étape déductive	• Connaître et utiliser les théorèmes relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle • Calculer le carré de la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres côtés.	• Connaître et utiliser, dans une situation donnée, le résultat de la somme des angles d'un triangle • Connaître et utiliser la propriété de l'angle inscrit dans un cercle dont un des côtés est le diamètre	• Extraire de l'information à partir de figures en perspective
47,3 % **2**		• Reconnaître des droites remarquables dans un triangle (hauteur, médiane)		• Extraire de l'information à partir de figures simples en perspective cavalière
19,5 % **1**				
3,6 % **<1**	• Extraire de l'information à partir d'un codage de figure			

En rouge : passage d'une connaissance d'un groupe à un groupe supérieur, en vert passage d'une connaissance d'un groupe à un groupe inférieur, en bleu nouvelles connaissances testées, en noir connaissance dans le même groupe de l'échelle qu'en 2008.

Groupe	Durée	Longueur/masse	Aire	Volume
HE	• Produire l'expression littérale d'une suite logique. • Ordres de grandeurs		• Effectuer une conversion entre unités d'aires	
100 % 5				
90,9 % 4		• Distinction périmètre et aire • Exprimer la longueur d'un cercle en fonction de pi • Calculer un périmètre par découpage/recollement de figures		• Volume d'un parallélépipède rectangle
75,6 % 3	• Convertir des durées entre les systèmes sexagésimal et décimal		• Calculer des aires par dénombrement d'unité	• Volume d'un cube par dénombrement d'unité
47,3 % 2	• Calculer avec des durées en heures et en minutes.	• Convertir des unités de longueur (km en m) • Convertir des unités de masse (g en kg)	• Calculer l'aire d'un rectangle connaissant la longueur et la largeur	
19,5 % 1				
3,6 % <1	• Convertir en minutes des durées familières, exploiter des horaires et des durées familiers	• Exploiter la partie entière de la mesure décimale d'une masse en kg		

En rouge : passage d'une connaissance d'un groupe à un groupe supérieur, en vert passage d'une connaissance d'un groupe à un groupe inférieur, en bleu nouvelles connaissances testées, en noir connaissance dans le même groupe de l'échelle qu'en 2008.

Bilan mathématiques collège 2014	Organisation et gestion de données – Fonctions			52 exercices		MENESR-DEPP–B2
HE					• Calculer 20 % d'une grandeur (CM)	
100 % **5**	• Croiser des informations issues de différentes représentations et d'un texte dense					• Associer une représentation graphique, une définition algébrique et/ou un tableau de valeurs d'une fonction affine
90,9 % **4**		• Échelle associée à une carte	• Calculer une quatrième proportionnelle	• Comprendre et utiliser les indicateurs de position et de dispersion	• Calculer un pourcentage • Calculer une augmentation/réduction à l'aide d'un pourcentage • Calculer 10 % d'une grandeur (CM)	• Comprendre le formalisme f(a)=b
75,6 % **3**	• Croiser des informations issues de deux diagrammes		• Déterminer un coefficient de proportionnalité	• Comprendre le concept de moyenne	• Appliquer un taux de pourcentage	
47,3 % **2**	• Prélever des informations explicites dans un graphique avec interprétation	• Comprendre les notions élémentaires de probabilité	• Utiliser la proportionnalité dans un cas simple (x2, x4) • Reconnaître une situation de proportionnalité à partir d'un tableau de valeurs		• Comprendre un pourcentage d'augmentation	
19,5 % **1**		• Comparer des probabilités dans des univers multiples et non représentés	• Reconnaître une situation de proportionnalité à partir d'un graphique ou d'une expression linéaire		• Utiliser la définition de la notion de pourcentage (partition du tout)	
3,6 % **<1**	• Prélever des informations explicites dans un graphique sans interprétation	• Calculer des probabilités dans des contextes familiers, l'univers étant représenté exhaustivement				
	Données	**Probabilité**	**Proportionnalité**	**Indicateurs**	**Pourcentage**	**Fonctions affines**

En rouge : passage d'une connaissance d'un groupe à un groupe supérieur, en vert passage d'une connaissance d'un groupe à un groupe inférieur, en bleu nouvelles connaissances testées, en noir connaissance dans le même groupe de l'échelle qu'en 2008.

Fiche 2 : Analyse de certains thèmes au programme

Tous les thèmes abordés possèdent en commun la caractéristique de proposer des questionnements de niveaux très divers, indispensables pour mobiliser et faire progresser les élèves dans toute leur diversité, du groupe <1 au groupe 5. Une même situation se prête même souvent à un questionnement progressif ou à des angles de traitement qui vont de l'explicitation totale à l'implicite avec nécessité d'effectuer des inférences, ce qui permet de balayer l'ensemble des niveaux des différents groupes. Il faut donc encourager chaque enseignant à se saisir de cette plasticité permise par la plupart des situations pour rendre aussi efficaces que possible deux situations de classe fondamentales :
- d'une part évaluer leurs élèves sans oublier aucun niveau de maîtrise de l'éventail, donc pour positionner chacun d'entre eux précisément dans une échelle de maîtrise des compétences et des connaissances liées au thème ;
- d'autre part, construire des situations d'enseignement permettant par leur progressivité une différenciation prenant en compte les besoins de formations dans toute leur diversité.

En particulier, il est à remarquer que les élèves des groupes <1 et 1 apparaissent en position de réussir plusieurs items dans la plupart des thèmes. Il est essentiel, pour leur motivation, pour leur réussite et pour l'égalité des chances qui est due à tous les élèves, que ces élèves en difficulté soient ainsi mis en réussite au début de chaque séquence abordant un thème nouveau et qu'ils soient évalués en soulignant certes certains manques, mais également en actant certains acquis qui existent même s'ils ne relèvent pas toujours du programme de l'année en cours. Le passage à des programmes organisés en cycles doit permettre d'élargir et renforcer cette approche.

2.1 THÈME 1 : PROBABILITÉS

Le rapport de la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques (J.P. Kahane, 2002) évoque dans les termes suivants l'enseignement au collège et au lycée : « l'objectif d'une initiation aux probabilités et à la statistique est d'enrichir le langage, de repérer des questions de nature statistique, de définir des concepts qui fonderont un mode de pensée pertinent, rassurant, remarquablement efficace ».
Selon la façon dont sont conçus les exercices sur ce thème, il est important de souligner que même les groupes en moindre réussite parviennent à réaliser la tâche demandée. La définition de l'univers joue cependant un rôle crucial dans la réussite des élèves qui fléchit dès que cette définition n'est plus explicite.

<u>Exemple 1 :</u>

FIGURE 2.1.1 Univers représenté exhaustivement

Un élève va être choisi au hasard dans la liste suivante :

Clara	Paula	Mohamed
Pablo	Pierre	Ilhan
Céline	Aminata	Bertrand
	Lily	

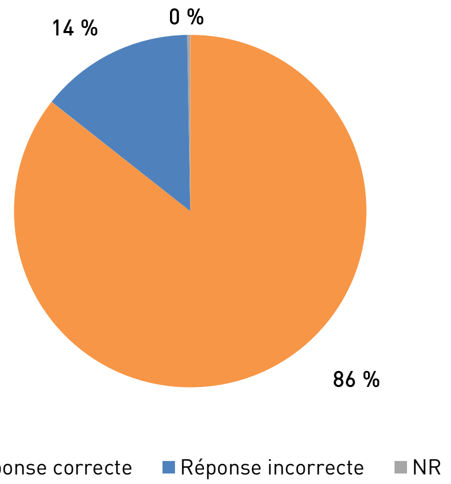
Quelle est la probabilité que le prénom de l'élève choisi commence par la lettre P ?
Cocher la bonne réponse.

1 ☐ $\frac{1}{3}$

2 ☐ $\frac{1}{10}$

3 ☐ $\frac{3}{7}$

4 ☐ $\frac{3}{10}$



Calculer des probabilités dans des contextes familiers, l'univers étant représenté exhaustivement.

Cet item est réussi dès le groupe <1 (probabilité 0,577). L'univers et l'événement sont représentés exhaustivement. Il suffit de dénombrer pour obtenir la probabilité cherchée.

Comparer des probabilités.

Cet item est réussi dès le groupe 1 (0,517), mais se situe à la frontière entre le groupe <1 et le groupe 1 (0,433). Le taux de réussite global est élevé. Les univers sont facilement identifiables sans qu'il y ait de confusion possible. Toutefois, par rapport à l'item précédent, il faut conduire un petit raisonnement pour se représenter que les probabilités évoluent dans l'ordre inverse du cardinal de l'univers (nombre qui figure au dénominateur).

Exemple 2 :

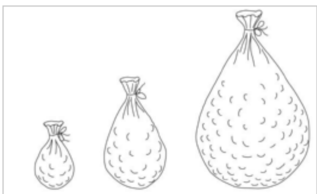
FIGURE 2.1.2 Comparer les probabilités

On dispose de trois sacs de tailles différentes :

- le plus petit sac contient 10 billes,
- le sac de taille moyenne contient 100 billes,
- le grand sac contient 1000 billes.

Dans chaque sac, il n'y a qu'une seule bille rouge.

Sans regarder et au hasard on prend une bille de chacun des sacs.

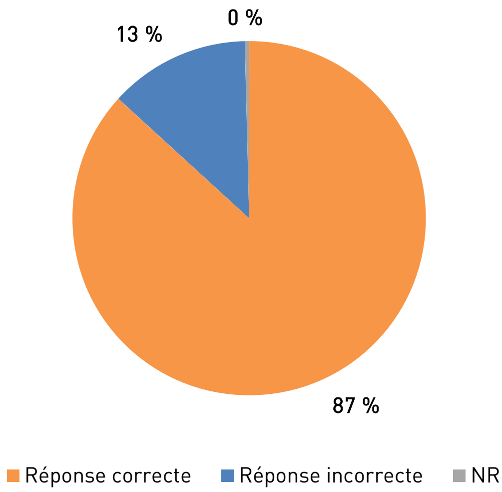


Question

Quel sac doit-on choisir pour avoir le plus de chances de tirer une bille rouge ?

Cocher la bonne réponse.

1	☐	Le sac contenant 10 billes.
2	☐	Le sac contenant 100 billes.
3	☐	Le sac contenant 1000 billes.
4	☐	Il n'y a aucune différence.



Calculer des probabilités, l'univers étant à construire.

Cet item est réussi dès le groupe 2 (0,615), mais est à la frontière entre le groupe 1 et le groupe 2 (0,441). Il faut identifier l'univers (calculer son cardinal) et cet univers peut donner lieu à des confusions, notamment avec la probabilité équirépartie sur l'ensemble des trois couleurs (réponse cependant peu retenue par les élèves, de l'ordre de 5 %).

La question « tirer un crayon au hasard » ne suffit pas à rendre le contexte familier.

Exemple 3 :

FIGURE 2.1.3 Univers à construire

Marc possède 6 crayons rouges, 4 crayons verts et 5 crayons bleus.

Il prend au hasard un crayon sans regarder.

Quelle est la probabilité que le crayon tiré au hasard soit vert ?

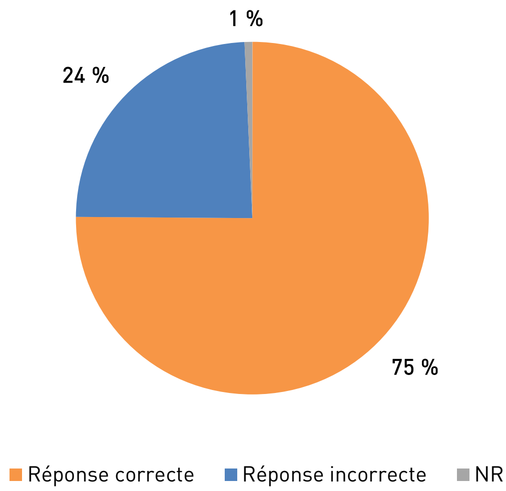
Cocher la bonne réponse.

1 ☐ $\frac{1}{3}$

2 ☐ $\frac{1}{4}$

3 ☐ $\frac{4}{11}$

4 ☐ $\frac{4}{15}$



2.2 THÈME 2 : PROGRAMMES DE CALCULS

À partir de 2009, la mise en œuvre des nouveaux programmes et l'évolution forte de l'épreuve du diplôme national du brevet ont influé fortement sur les pratiques des professeurs de mathématiques et donc sur les compétences des élèves. Pour appréhender au mieux le passage de l'arithmétique à l'algèbre, mais également pour travailler sur différents types de raisonnement en s'affranchissant des principaux obstacles liés à la maîtrise de la langue, ce type d'items est devenu une pratique courante dans les classes. Il présente l'avantage de proposer des questionnements très progressifs, au sein desquels le professeur peut jouer très largement sur de nombreuses variables didactiques, pour mettre en réussite les élèves les plus en difficulté tout en ouvrant sur des compétences de haut niveau comme l'algébrisation d'une situation et la conceptualisation de différents statuts de la lettre.

Faire fonctionner un programme de calculs avec un entier positif.

Cet item est réussi dès le groupe <1. Cette réussite n'est pas étonnante, car, outre qu'il s'agit d'une compétence d'exécution, les nombres en jeu sont tous des entiers inférieurs à 100, ce qui rend les opérations particulièrement simples.

FIGURE 2.2.1 Effectuer un programme de calcul

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par 2.
- Soustraire 5 du résultat obtenu.

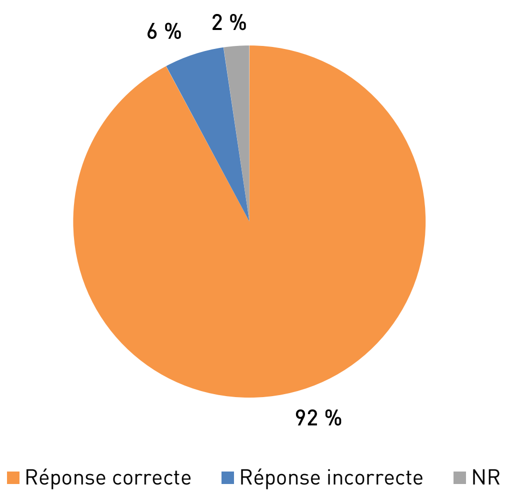
On applique ce programme de calcul au nombre 4.

- On multiplie 4 par 2. On obtient 8.
- On soustrait 5 de 8. On obtient 3.

Question 1

Quel nombre obtient-on en appliquant ce programme de calcul au nombre 10 ?
Compléter la phrase ci-dessous.

On obtient ____ .



Remonter un programme de calculs (avec les 4 opérations).

Cet item est réussi dès le groupe 1.

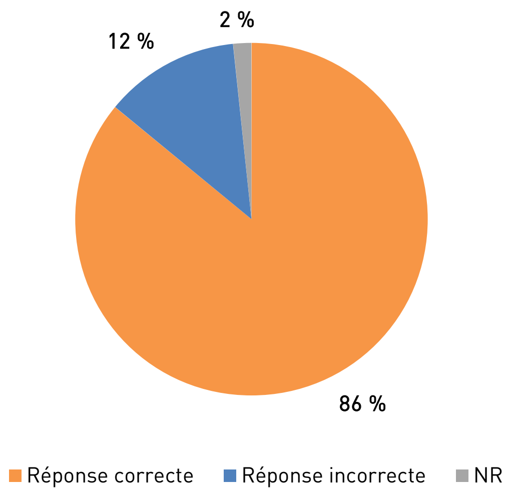
On notera que cet item ne prouve pas que les élèves en réussite ont tous été capables de remonter le programme de calcul. Tester les valeurs proposées constitue une procédure efficace et possible qui s'appuie sur la compétence précédente (faire fonctionner un programme de calcul, ici avec un entier ou un décimal simple). Il n'est pas exclu non plus que les élèves mis en échec sur cet item, alors qu'ils ne l'étaient pas sur le précédent, l'aient été en raison de l'apparition de nombres décimaux non entiers.

FIGURE 2.2.2 Remonter un programme de calculs

Question 2

Quel nombre de départ faut-il choisir pour que le résultat du programme soit le nombre 22 ?
Cocher la bonne réponse.

1 ☐ 8,5
2 ☐ 13,5
3 ☐ 16
4 ☐ 34



Associer une expression littérale à un programme de calculs.

Cet item est réussi dès le groupe 2.

Le statut de la lettre qui est testé ici est celui de nombre généralisé qui est encore éloigné de celui de variable. Le fait que la réponse correcte soit donnée par une expression littérale qui colle au plus près de l'expression en langue vernaculaire contribue vraisemblablement beaucoup à la réussite des élèves sur cet item. Ils n'ont en effet aucune transformation d'écriture à leur charge pour repérer la bonne réponse, ce qui aurait peut-être été le cas si on avait proposé l'écriture : 2a - 5.

FIGURE 2.2.3 Choisir une expression littérale

Question 3

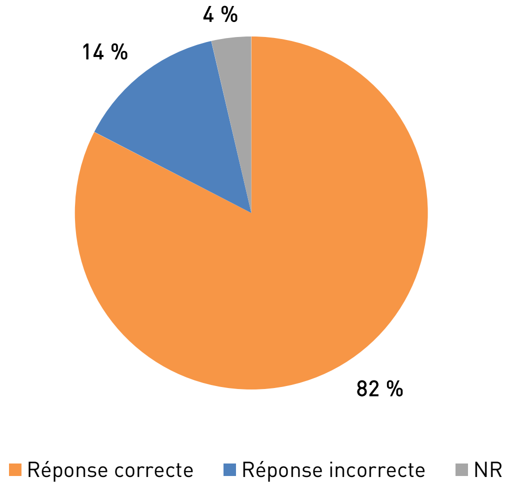
On appelle *a* le nombre choisi au départ.

Quelle formule permet d'obtenir le nombre d'arrivée ?

Cocher la bonne réponse.

1 ☐ a - 5 x 2
2 ☐ a x 2 - 5
3 ☐ (a - 5) x 2
4 ☐ (a + 2) x (- 5)

C3MNC880301



2.3 THÈME 3 : PRODUIRE UN CONTRE-EXEMPLE

Parallèlement au travail mené dans les classes pour convaincre que la vérification d'un énoncé par quelques exemples ne suffit pas à prouver que celui-ci est vrai, il importe aussi de sensibiliser les élèves au concept de contre-exemple, qui est une preuve mathématique.
L'arithmétique procure de nombreuses situations parfaitement adaptées à la mise en œuvre de ce type de raisonnement. Cela suppose que la généralité de l'assertion est bien repérée et que les élèves ont bien compris que la négation de la généralité est l'existence d'un exemple qui ne la vérifie pas. Ce statut du contre-exemple est à rapprocher de la phrase « c'est l'exception qui confirme la règle », où la vérité d'une règle grammaticale est compatible avec un nombre limité de contre-exemples.

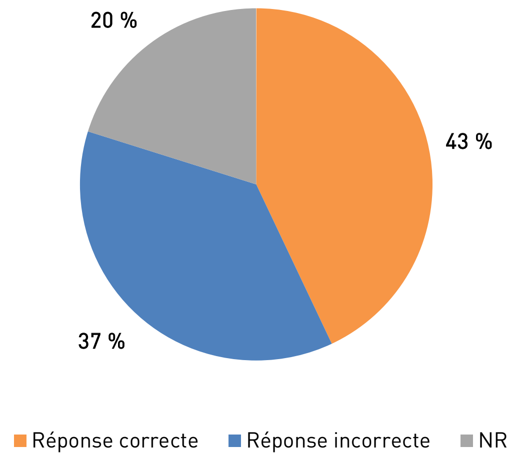
Utiliser un contre-exemple pour invalider un énoncé trop général.

L'item teste si l'élève est capable d'utiliser un contre-exemple pour invalider un énoncé général. Il s'agit pour les élèves d'avoir bien compris que c'est un énoncé général qui doit être vérifié pour tous les nombres (ici la généralité est portée par l'indéterminé « un nombre » et non pas de façon très explicite par « tous les nombres ») et qu'une seule exception (contre-exemple) le rend faux. Ici les contre-exemples sont à chercher parmi les nombres négatifs, qui ne sont pas assimilés par tous les élèves (les nombres auxquels ils pensent sont essentiellement les entiers naturels).
Cet item est réussi par le groupe 4 (0,630).

FIGURE 2.3.1 Contre-exemple

Axelle soutient à Igor que l'opposé d'un nombre lui est toujours inférieur.
Igor n'est pas d'accord.

Êtes-vous d'accord avec Axelle ou avec Igor ? Donnez vos arguments dans le cadre ci-dessous.



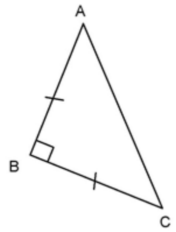
2.4 THÈME 4 : THÉORÈME DE PYTHAGORE

Plus encore qu'à l'école primaire, l'enseignement de la géométrie occupe une place importante dans la formation des élèves en mathématiques. De fait, les programmes de géométrie reposent sur deux idées essentielles :
- continuer à développer les dimensions perceptive et instrumentée de la pratique de la géométrie de l'école primaire ;
- initier à la géométrie déductive dans le prolongement du travail entrepris sur le raisonnement.

Donner la valeur exacte de la longueur d'un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle isocèle à partir de celle de l'hypoténuse.

La présentation sous forme de QCM de cette situation complexe limite les interprétations possibles des réponses retenues. Il n'est pas certain que les élèves aient mobilisé ici le théorème de Pythagore. Les réponses entières sont choisies par les deux tiers des élèves (5 par 35,3 % et 7 par 31,1 %) contre un tiers pour les racines carrées, lesquelles ne sont pas toujours perçues comme des nombres. La réponse est très peu retenue (2,6 %), ce qui laisse penser que la bonne réponse est le fruit d'un raisonnement.

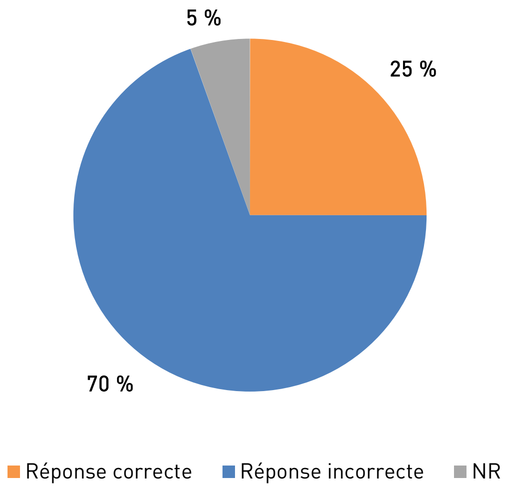
FIGURE 2.4.1 Longueur dans un triangle rectangle



La figure n'est pas en vraie grandeur.

ABC est un triangle rectangle et isocèle en B tel que AC = 10 cm.
Quelle est la longueur exacte du côté [AB] ? Cocher la bonne réponse.

1 ☐ 5 cm
2 ☐ 7 cm
3 ☐ $\sqrt{50}$ cm
4 ☐ $\sqrt{200}$ cm



2.5 THÈME 5 : NOTION DE FONCTION

La classe de 3e est l'occasion d'un premier contact avec la notion de fonction numérique qui fait correspondre à tout élément d'un ensemble un élément d'un autre ensemble. En particulier, il est nécessaire de mettre en évidence que toute représentation graphique ne se réduit pas à un ensemble de points alignés. Par ailleurs, les notations fonctionnelles amènent à utiliser les lettres avec une nouvelle signification. Les lettres ont été successivement utilisées en référence à des grandeurs (formule de l'aire d'un rectangle par exemple) puis pour désigner des inconnues (dans les équations), des valeurs indéterminées (dans les identités remarquables par exemple) et enfin des variables (dans le langage des fonctions).
(Extrait du document d'accompagnement des programmes « proportionnalité au collège » juillet 2005)
La notion de fonction est intéressante à étudier pour de multiples raisons. En voici quelques exemples :
- pour mettre en évidence la dépendance entre des quantités ;
- pour décrire la dépendance entre des quantités ;
- pour déterminer une quantité à partir d'une autre ;
- pour comparer plusieurs quantités ;
- pour comparer les variations de plusieurs quantités ;
- pour optimiser une quantité ;
- pour modéliser (afin d'interpoler, d'extrapoler…).

Lecture graphique de l'image d'un nombre par une fonction et comparaison des images/Recherche graphique du nombre d'antécédents.

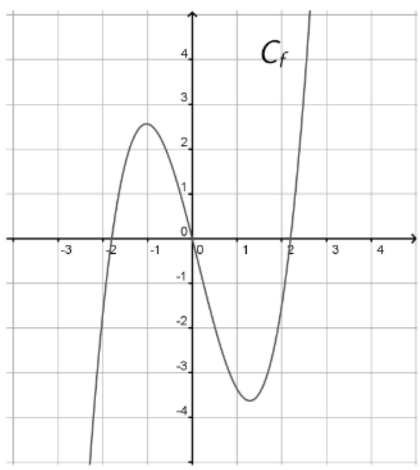
Cet item est réussi par le groupe 4 (0,643).

Pour les deux premières questions, les élèves ont majoritairement coché la réponse correspondant à l'ordre des valeurs de *x*. La réponse est ainsi très majoritairement fausse dans le premier cas, et majoritairement vrai dans le second cas, ce qui ne permet pas de conclure, sinon que la compétence est fragile.
Les deux questions sur les antécédents sont mieux réussies ; elles constituent des apprentissages bien exercés dans l'enseignement.

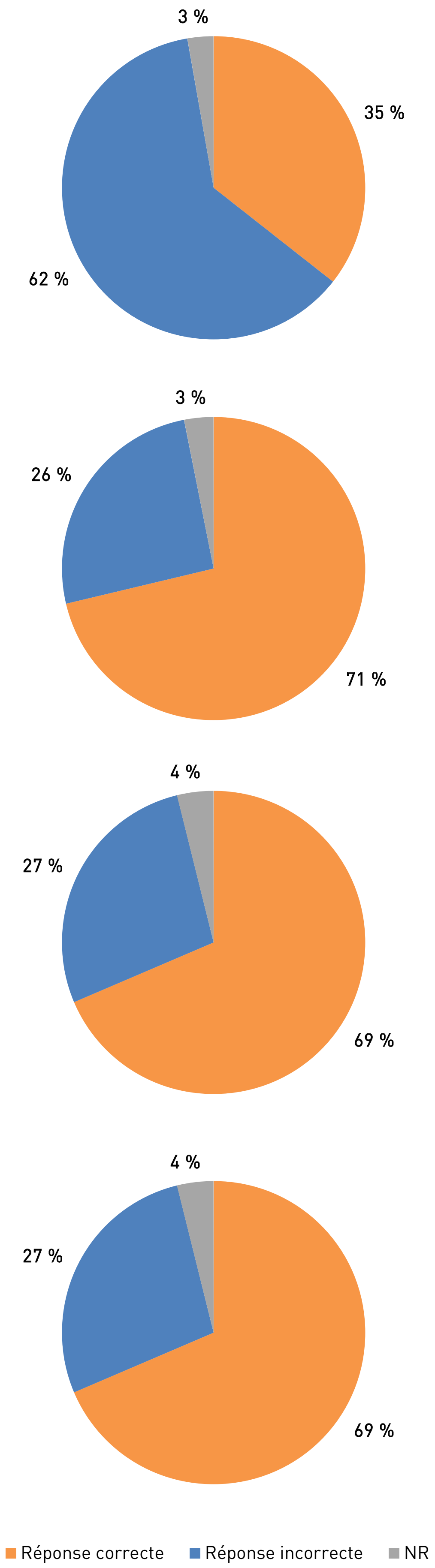
<u>Exemple 1 :</u>

FIGURE 2.5.1 Fonction quelconque

C_f est la courbe représentative d'une fonction f.
Cocher soit VRAI soit FAUX pour chacune des propositions suivantes.



		Vrai	Faux
1	f(-1) est plus petit que f(0).	☐1	☐2
2	f(-2) est plus petit que f(-1)	☐1	☐2
3	2 a un et un seul antécédent par f.	☐1	☐2
4	-1 a trois antécédents par f.	☐1	☐2



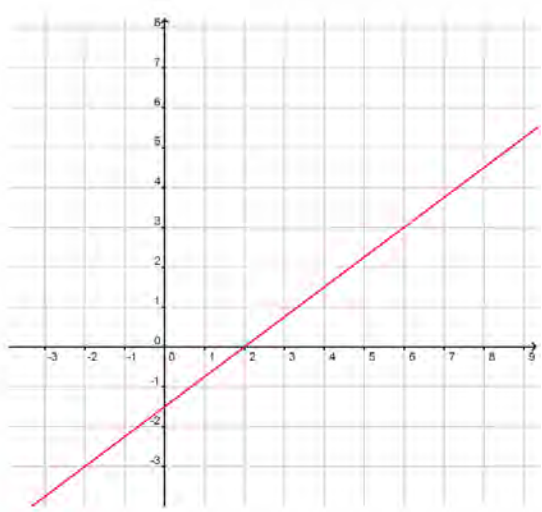
Lecture graphique de l'image d'un nombre par une fonction affine.

L'exercice repose sur une lecture graphique techniquement très facile (valeurs entières, points situés sur les nœuds du quadrillage). Environ un élève sur deux identifie la bonne réponse. Un sur quatre se trompe d'axe de lecture (associant image et axe des abscisses), confusion qu'ils ne commettent pas lorsque la fonction met en relation des grandeurs avec des unités distinctes sur les deux axes. Enfin le distracteur « l'image de 2 est 2 » trompe près d'un élève sur sept.
Le fait que la représentation graphique est une droite ne semble pas avoir aidé ni pénalisé les élèves.
De façon surprenante, cet item est réussi à partir du groupe 4 (0,645).

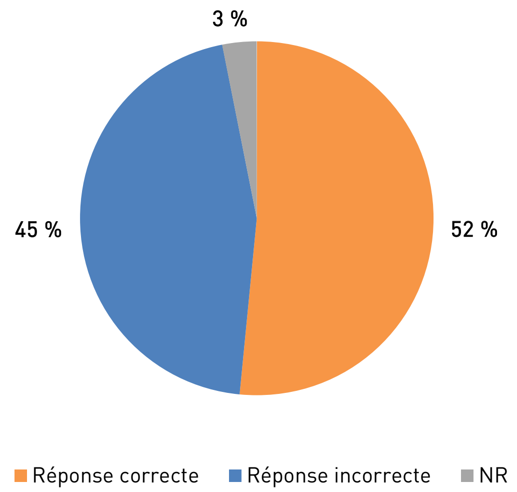
Exemple 2 :

FIGURE 2.5.2 Fonctionos affines

Une fonction affine f est représentée graphiquement ci-dessous.
Cocher la bonne réponse.



1 ☐ L'image de 6 par la fonction f est 3.
2 ☐ L'image de 3 par la fonction f est 6.
3 ☐ L'image de 2 par la fonction f est 2.
4 ☐ L'image de 0 par la fonction f est 0.



2.6 THÈME 6 : HORS ÉCHELLE

Convertir est une tâche difficile pour les élèves. Lors du Cedre Mathématiques 2008, c'était seulement les élèves du groupe 5 qui y parvenaient. Néanmoins, les conversions d'unités métriques étant assez bien maîtrisées, les conversions d'unités composées devraient constituer l'objectif d'apprentissage suivant. Cela nécessiterait de développer une plus grande familiarité avec des représentations mentales (grilles du carré de 1 dm² découpés en carrés de 1 cm²) et des ordres de grandeur (une centaine de petits carrés dans la grille pour une dizaine d'unités de longueur sur chaque côté du grand carré). À ces conditions, les élèves pourraient contrôler le sens et les ordres de grandeur dans les conversions d'unités d'aire, remettre du sens dans ces opérations et s'affranchir du recours au tableau de conversion. Il est également possible de travailler sur les égalités de grandeur en écrivant : 1 m² = 1 m × 1 m = 100 cm × 100 cm = 10 000 cm².

Conversion d'unité d'aire m² -> cm².

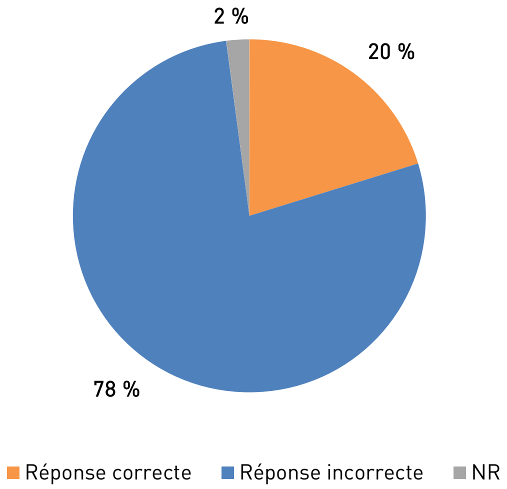
En 2014, la probabilité de réussir cet item par les élèves du groupe 5 est de 0,404. La réponse qui a obtenu le plus fort score est le distracteur correspondant à une conversion d'unités métriques. L'item, sans contexte réel, mesure un savoir-faire, sans surprise, peu présent. Près de deux tiers des élèves tentent une conversion dans le champ des longueurs ; parmi eux, 45 % le font en manipulant correctement les décimaux (réponse 130 cm²) et 22 % en ajoutant deux zéros à la partie décimale, à droite du nombre (1,300 cm²)

Exemple 1 :

FIGURE 2.6.1 Conversions

Comment peut-on écrire autrement 1,3 m² ?
Cocher la bonne réponse.

1 ☐ 0,013 cm²
2 ☐ 1,300 cm²
3 ☐ 130 cm²
4 ☐ 13 000 cm²



Exemple 2 :

Trouver le terme général d'une suite définie implicitement à partir de ces 3 premiers termes.

Cet exercice comporte trois items.

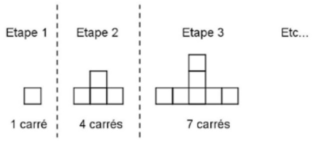
Les deux premiers sont réussis dès le groupe <1 (probabilité de la question 1 : 0.525, probabilité de la question 2 : 0.527). Deux procédures semblent pouvoir être engagées par les élèves :
- la première consiste à effectuer explicitement les étapes successives de l'algorithme de construction et de dénombrement, cette tâche étant ici très accessible en raison des petits indices en jeu puisque les questions 1 et 2 ne sollicitent pas d'indice supérieur à 9. Cette procédure ne mobilise que des compétences d'exécution de faible niveau ;
- la seconde consiste à induire une relation de récurrence qui est assez facile à repérer graphiquement en constatant, sur les figures disponibles, qu'on ajoute trois carrés à chaque étape. Cette procédure nécessite une petite prise d'initiative à partir d'une observation relativement accessible.

Ces deux possibilités, toutes deux à la portée des élèves, expliquent la réussite massive observée sur les deux premières questions.
En revanche, un saut conceptuel très important a lieu avec la question 3. La réussite chute considérablement et la probabilité de réussir cette question par les élèves du groupe 5 est de 0,361. Deux difficultés font obstacle : traduire par une multiplication une situation perçue additivement dans les questions précédentes (itération d'additions) et concevoir que le nombre d'itérations est (n - 1) (difficulté souvent constatée dans le travail sur les suites au lycée). Ce saut est d'autant plus considérable que les questions 1 et 2 n'ont pas amené les élèves à induire l'expression explicite du nombre de carrés figurant à une étape donnée. Une question prenant en défaut le dénombrement de proche en proche aurait permis de mettre les élèves en réflexion sur la recherche d'une procédure de calcul explicite à l'étape n. Pour cela il suffisait de se placer à une étape d'indice assez grand et de demander de calculer le nombre de carrés à cette étape.
Les élèves se trouvent donc face à une double difficulté : mettre du sens sur la valeur indéterminée n et induire le procédé de calcul permettant d'obtenir la valeur du nombre de carrés à une étape donnée. On notera aussi que les réponses proposées excluent la formule 3 x n - 2 qui avait également du sens sur le plan intuitif.
Dans ce cas, nous sommes face à des procédures mobilisant une compétence principale d'algébrisation qui est experte à ce niveau.
Mais il existait une procédure moins experte qui consistait à tester les formules proposées avec les données disponibles. Le test avec n = 1 élimine les propositions 2

et 3 puis $n = 2$ élimine la proposition 1 permettant donc de conclure que la réponse exacte est la 4. Cette procédure permet de parvenir à la réponse attendue par un raisonnement qui n'oblige à aucune induction ni production de formule. Mais elle suppose d'avoir une représentation assez bien construite de la signification de la formule. Cette représentation apparait donc elle aussi peu maîtrisée par les élèves.

FIGURE 2.6.2 Patterns

Observer les différentes étapes de construction.

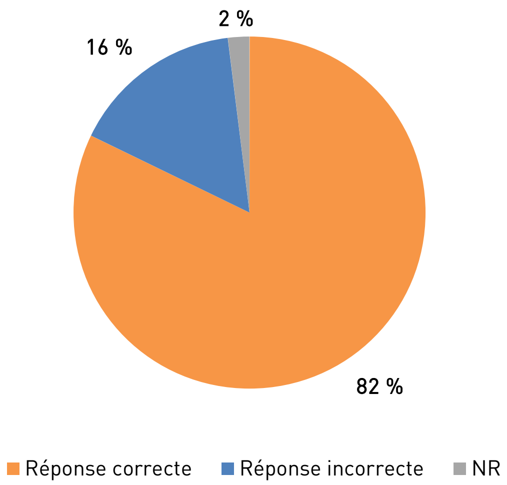


On continue de la même façon

Question 1

Combien de carrés compte-t-on à l'étape 5 ?

C3MNC1490101

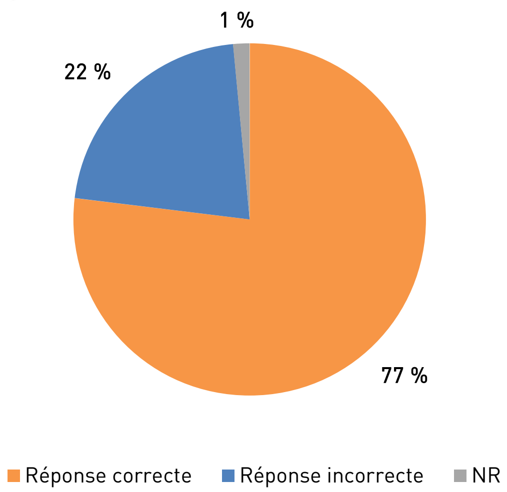


Question 2

A quelle étape comptera-t-on 25 carrés ?
Cocher la bonne réponse.

1 ☐ Étape 5
2 ☐ Étape 6
3 ☐ Étape 8
4 ☐ Étape 9

C3MNC1490201

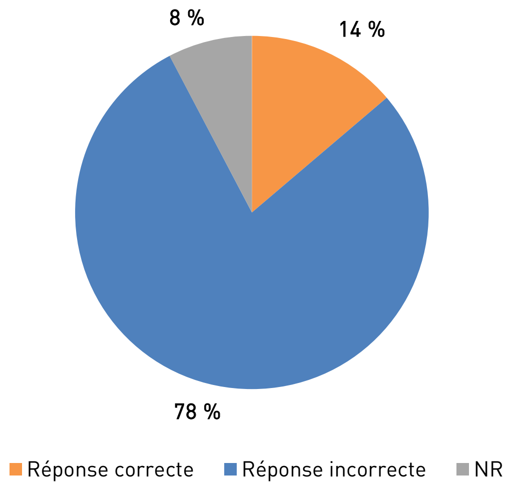


Question 3

n représente un nombre entier naturel non nul.
Combien de carrés compte-t-on à l'étape *n* ?
Cocher la bonne réponse.

1 ☐ n
2 ☐ $3 + n$
3 ☐ $1 + 3 \times n$
4 ☐ $1 + 3 \times (n - 1)$

C3MNC1490301



Fiche 3 : questionnaire de contexte enseignant Cedre 2014

L'analyse des questionnaires de contexte apporte des éclairages complémentaires aux résultats strictement cognitifs. Ce questionnaire a été passé par 334 enseignants. On trouvera ci-dessous un aperçu des déclarations des enseignants ainsi qu'une comparaison avec la précédente étude de 2008. Les graphiques sont établis à partir des résultats de 2014.
Par construction, l'échantillon des enseignants interrogés n'est pas représentatif de la population enseignante.
Par ailleurs l'enquête a été réalisée en 2013-2014 et depuis lors les plans de formation académiques ont été totalement revus pour accompagner la réforme du collège tant dans sa dimension disciplinaire que dans ses attendus généraux. Il convient donc de relativiser les résultats présentés ici, notamment pour ce qui concerne les huit questions de la première partie du questionnaire qui représentent une situation qui a beaucoup évolué depuis deux ans.

L'analyse porte sur trois domaines :

1 - La formation continue et le travail de préparation des cours
2 - Le numérique dans les pratiques de classe
3 - Le calcul mental et la calculatrice

Elle apporte des confirmations. Par exemple, les professeurs de mathématiques travaillent très fréquemment collectivement, en particulier sur l'évaluation des acquis des élèves, le recours massif aux manuels de classe pour préparer les cours reste une constante ou encore l'utilisation des calculatrices et la pratique du calcul mental restent fortes. Au chapitre des regrets subsiste une fréquence insuffisante dans l'usage du tableur, et conséquemment une formation des élèves à sa maîtrise qui reste très en deçà des attendus des programmes.
Elle fait aussi apparaitre des évolutions. Par exemple, le recours à des sites Internet devient lui aussi massif pour les préparations de cours, l'usage du vidéoprojecteur se généralise, ceux du tableur et des logiciels de géométrie dynamique augmentent.
Enfin, des incertitudes subsistent dans l'interprétation de certaines données. Ainsi, au sujet des usages du vidéoprojecteur, la nature du calcul mental mise en œuvre ou encore les types d'activités développés en appui sur le numérique mériteraient d'être mieux identifiés, leur diversité étant importante et d'une pertinence pédagogique variable.

3.1 LES ENSEIGNANTS : FORMATION CONTINUE ET TRAVAIL DE PRÉPARATION DES COURS

La formation : priorité donnée aux évolutions en cours

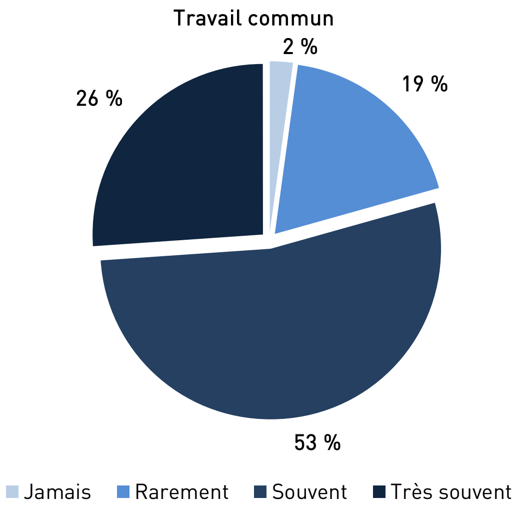
Au cours des <u>cinq dernières années</u>, avez-vous suivi un stage de formation continue sur les thèmes suivants ?

La priorité nationale accordée à l'intégration des TICE semble s'être traduite dans les faits puisqu'il s'agit du thème de formation le plus développé : les deux tiers des enseignants ont suivi un tel stage dans les cinq dernières années. Par ailleurs, à peine un enseignant sur deux a suivi un stage sur l'approche par compétences qui constitue pourtant un autre thème national prioritaire lié notamment au socle commun. Les stages portant sur un contenu disciplinaire ne sont pas plus fréquents.
Il convient cependant de ne pas tirer d'enseignements hâtifs de ces données en raison de trois limitations : l'échantillon n'est pas représentatif, les thématiques citées se recouvrent partiellement et enfin le nombre de stages suivis au cours des cinq ans sur chaque thématique n'est pas donné.

Le travail en équipe disciplinaire : une pratique largement généralisée

Selon vous, les enseignants de mathématiques de votre établissement travaillent-ils en commun ?

FIGURE 3.1.1 Travail commun



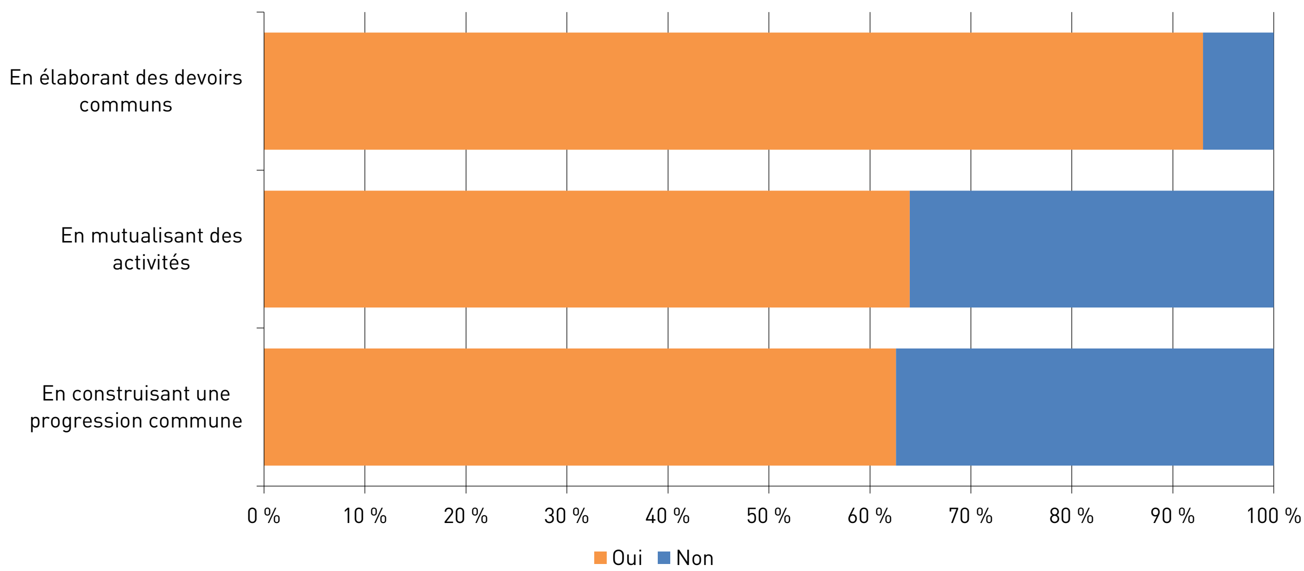
En 2014, 80 % des enseignants de mathématiques déclarent travailler souvent ou très souvent en commun. Ce travail en commun est donc massif au sein de la profession et il constitue indéniablement un point fort de la discipline.

Les objectifs du travail collectif : une priorité sur l'évaluation et les devoirs communs

Dans quels objectifs, les enseignants de mathématiques de votre établissement travaillent-ils en commun ?

Le travail collectif entre enseignants d'un même établissement se traduit presque partout par la production d'évaluations communes. Cette pratique très répandue concourt à harmoniser les exigences, à assurer une plus grande cohérence du parcours des élèves et à permettre une meilleure équité de l'évaluation et de ses conséquences (à l'examen, sur l'orientation). Cependant, l'enquête ne précise pas s'il s'agit d'actions ponctuelles, limitées par exemple au seul brevet blanc en troisième, ou de pratiques généralisées sur l'ensemble des quatre années du collège. Une telle généralisation suppose une harmonisation des progressions qui concerne uniquement 63 % des équipes, pourcentage qui devrait très sensiblement augmenter avec la mise en place d'un fonctionnement par cycle et d'une évolution du mode d'évaluation des compétences des élèves. La mutualisation des activités est une autre pratique très présente même si là encore l'enquête ne permet pas d'en connaître la nature qui peut aller du simple échange de documents finalisés à une élaboration conjointe (réflexions partagées sur les objectifs, les stratégies d'enseignement, les procédures des élèves, la nature des raisonnements, la prise en compte des erreurs, la place dans la séquence, ...)

FIGURE 3.1.2 Objectifs du travail commun



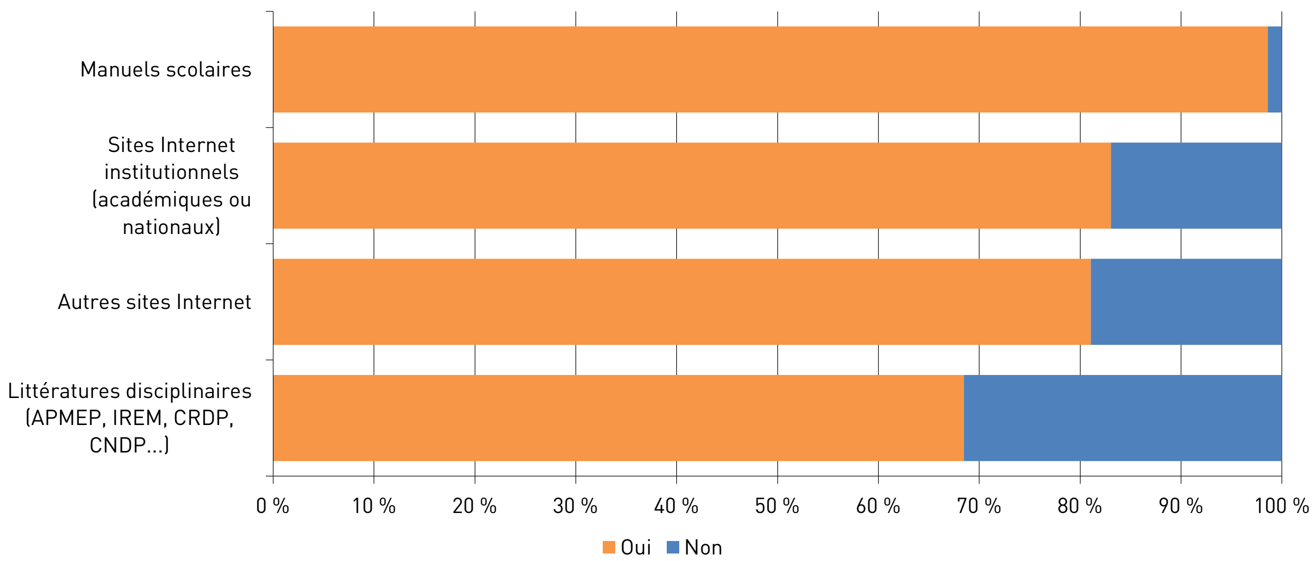
Les ressources : le manuel reste la référence pour les préparations de cours, mais les ressources en ligne sont très largement utilisées

Quelles sources d'information utilisez-vous pour préparer vos séances ?

En 2014, la quasi-totalité des enseignants interrogés a recours aux manuels scolaires pour préparer une séance. Plus de 80 % des enseignants utilisent des ressources en ligne qu'ils recherchent tout autant sur les sites institutionnels que sur d'autres sites. En outre, plus des deux tiers se réfèrent à la littérature disciplinaire ce qui représente une part très importante. Ces pourcentages sont très proches de ceux de 2008.

L'étude ne permet pas de préciser le niveau d'usage retenu. Il peut aller de la simple consultation jusqu'à une intégration consistante d'activités issues de la source d'information choisie en passant par un enrichissement didactique de la séance et plus globalement de l'enseignement.

FIGURE 3.1.3 Ressources



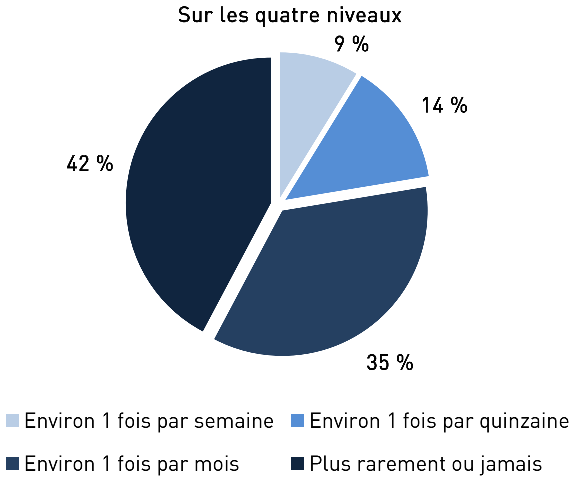
3.2 LES PRATIQUES DE CLASSE SUR LES TICE, LE VIDÉOPROJECTEUR

TICE : moins d'un quart des professeurs fait travailler régulièrement ses élèves sur support numérique

À quelle fréquence faites-vous travailler vos élèves sur support numérique (ordinateur, tablette, …) ?

La répartition variant peu sur les quatre niveaux, les réponses ont été synthétisées dans le diagramme suivant :

FIGURE 3.2.1 Fréquence de travail sur support numérique



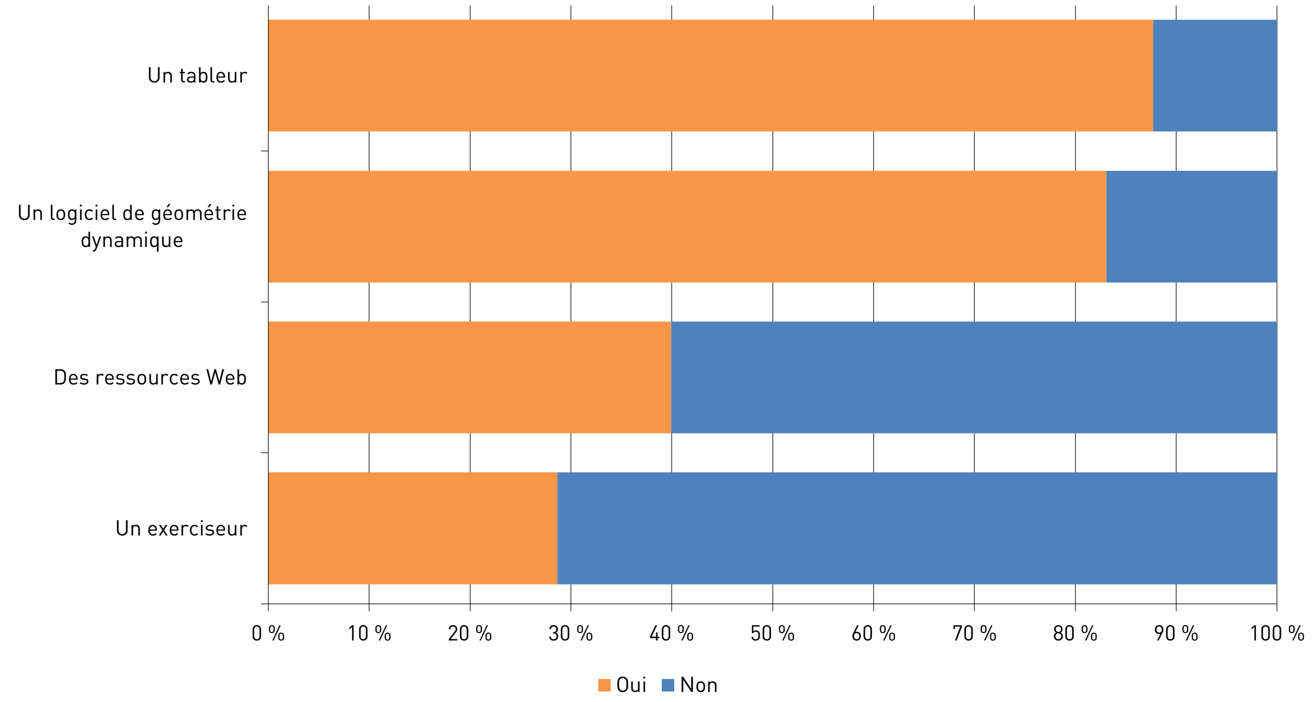
En 2014, seuls 23 % des enseignants font travailler au moins une fois par quinzaine leurs élèves sur support numérique. Ils étaient encore moins nombreux en 2008 (18 %). L'usage reste donc faible, mais progresse du point de vue des professeurs. Deux tiers des enseignants déclaraient rare ou absente une telle pratique en 2008 contre seulement 42 % en 2014.
Ce point de vue n'est que partiellement en accord avec celui des élèves. Ces derniers confirment un faible usage des supports numériques, sans progrès depuis 2008, voire en régression. Ils sont en effet 69 % en 2014 à déclarer qu'ils n'en utilisent jamais ou rarement en cours de mathématiques contre 61 % en 2008.
Cette divergence peut s'expliquer par une perception variable et en évolution dans le temps de la fréquence : une fois par mois est-elle perçue comme une régularité ou pas ? Peut-être aussi sont-ils moins sensibles en 2014 à repérer des usages numériques en classe, ces derniers s'étant répandus et pouvant apparaître plus ordinaires en 2014 et donc moins marquants. Il y a là une zone d'incertitude.
Au regard des attentes institutionnelles sur la formation des élèves par et au numérique, au regard également de la formation continue prioritairement mise en place sur ce sujet (cf. partie I), les pratiques restent donc largement à développer.
Il resterait cependant à préciser la nature des pratiques utilisant un support numérique. Leur pertinence peut en effet considérablement varier, certaines pouvant conforter une pédagogie passive alors que d'autres modifient en profondeur les stratégies d'enseignement permettant au contraire de favoriser l'activité des élèves.

Supports numériques utilisés : le tableur et les logiciels de géométrie dynamique occupent une place dominante

Faites-vous travailler vos élèves sur support numérique en utilisant… ?

Comme en 2008, les enseignants utilisateurs de salle informatique déclarent y conduire leurs élèves essentiellement (plus de 80 %) pour travailler sur des logiciels de géométrie dynamique (LGD) ou sur des tableurs. Ce taux apparaît très encourageant dans la mesure où il concerne les deux principaux logiciels cités par les programmes comme objectifs et comme moyens de formation en mathématiques. Il est nettement plus élevé que le taux d'usage des exerciseurs et des ressources web dont la pertinence didactique est moins avérée. Pour autant cela recouvre des usages variés, de la répétition de gestes techniques à des résolutions de problèmes plus ou moins guidées ou autonomes, ainsi que le montrera la question suivante.
Ces données encourageantes doivent cependant être tempérées par la faible fréquence des séances utilisant un support numérique. En effet, on peut estimer que la moitié des élèves seulement bénéficie d'une formation régulière au tableur et au LGD. Eux-mêmes déclarent à 58 % ne pas être formés au tableur. La marge de subjectivité des réponses des uns et des autres rend compatibles ces divergences chiffrées.
La question suivante permet de préciser les types de tâches proposées par les enseignants au cours de ces séances s'appuyant sur des supports numériques.

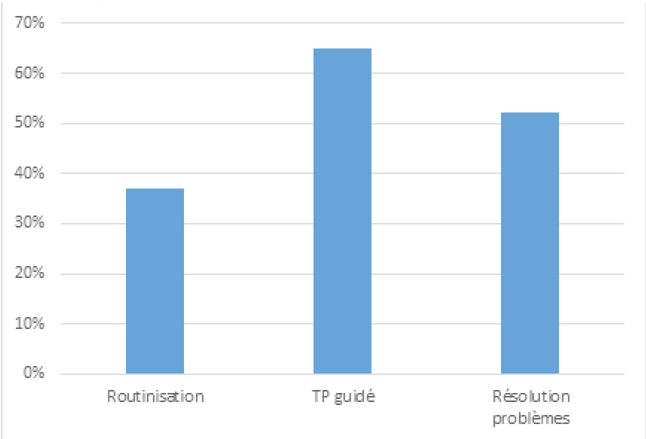
FIGURE 3.2.2 Objectif TICE



Activités en classe à support numérique : un équilibre raisonnable

Utilisez-vous le support numérique pour les activités suivantes ?

FIGURE 3.2.3 Activités proposées utilisant le support numérique

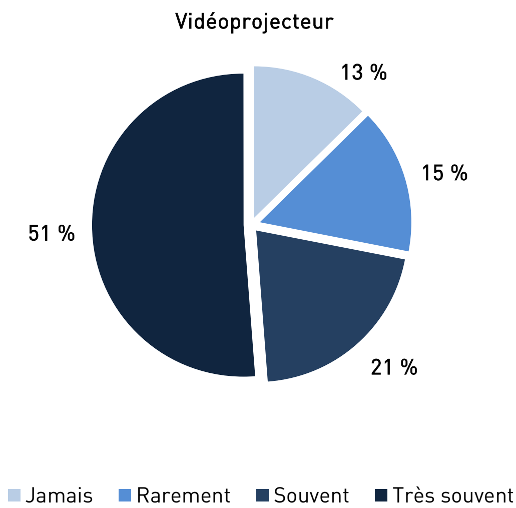


La répartition entre les trois types de tâches semble raisonnable. La résolution de problèmes avec sa part d'autonomie et de recours à l'outil informatique laissés à l'initiative de l'élève figure en bonne place, plus de la moitié des enseignants proposent des activités de cette nature sur support numérique. Les TP guidés constituent des situations classiques permettent de concilier usage du numérique et découverte des connaissances du programme. Ils constituent sans surprise un usage très répandu pratiqué par 65 % des enseignants. Les exercices de routinisation viennent enfin, comme pratique minoritaire, mais légitime (36 %).
Il convient de noter les limites de l'interprétation de ces données : elles n'indiquent pas, pour un professeur donné, quelle proportion de chacune de ces activités est effectivement menée en utilisant le support numérique.

Le vidéoprojecteur : un outil désormais largement entré dans les usages courants

À quelle fréquence utilisez-vous un vidéoprojecteur en classe ?

FIGURE 3.2.4 Utilisation du vidéoprojecteur



En 2014, la moitié des enseignants déclare utiliser très souvent un vidéoprojecteur en classe et ils sont 72 % à l'utiliser souvent ou très souvent. Par rapport à 2008 ce pourcentage est en hausse (65 % en 2008).
Il convient de souligner que les établissements sont très bien équipés en vidéoprojecteurs ainsi que l'attestent

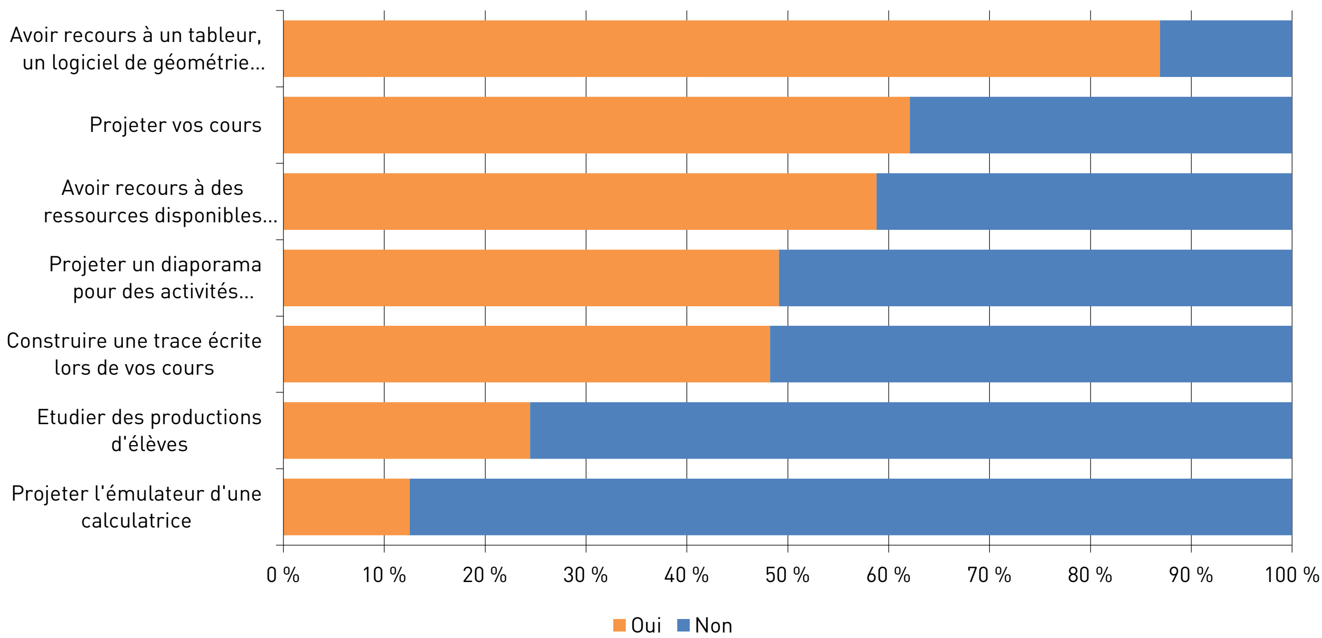
les statistiques de Repères et références statistiques (RERS) qui établissent une moyenne de 30,3 vidéoprojecteurs pour 1 000 élèves. Nous approchons de la situation où toutes les salles seront équipées.
Cette progression des usages est largement confirmée par les élèves qui sont 80 % en 2014 à déclarer que leur professeur utilise le vidéo projecteur en classe contre seulement 44 % en 2008.
La question suivante permet de préciser quelque peu la nature des usages.

Les usages du vidéoprojecteur : une forte diversité au sein de laquelle la pertinence pédagogique apparait inégale

Utilisez-vous un vidéoprojecteur pour... ?

On peut noter avec intérêt que l'utilisation la plus fréquemment citée (87 %) du vidéoprojecteur a recourt aux deux principaux logiciels contribuant à la formation mathématique des élèves : tableur et logiciel de géométrie dynamique. En revanche on ne connait pas l'usage qui en est fait ni l'approche didactique retenue : de la simple illustration menée par le professeur à des démarches de résolution de problèmes (exploration, conjectures, expérimentation, essais-erreurs, ...) pilotées par des élèves en passant par une présentation collective des fonctionnalités que les élèves auront à réinvestir en salle spécialisée.
La deuxième utilisation la plus fréquente est la projection de cours (62 %) pour laquelle l'apport didactique du numérique est probablement peu signifiant. Cependant, la moitié des enseignants déclare utiliser le vidéoprojecteur de manière plus constructive pour élaborer collectivement la trace écrite du cours.
S'agissant de la projection de ressources en ligne, on n'en connaît pas la nature ni l'usage pédagogique qui en est fait : s'agit-il de ressources informatives, s'agit-il d'animations qui s'inscrivent dans des résolutions de problèmes ou d'élaboration de conjectures ?
Près d'un enseignant sur deux a recours au vidéoprojecteur pour des activités mentales, ce qui constitue un usage pertinent.
En revanche, seuls 24 % l'utilisent pour étudier les productions des élèves (pourcentage proche de celui de 2008), alors même que ce type d'usage permet un travail autour de l'erreur, une comparaison entre les diverses procédures apparues dans la classe, la mise en place d'un débat scientifique, toutes activités dont la vertu formatrice est réelle.
Enfin, bien que la projection de l'émulateur d'une calculatrice soit efficace pour l'apprentissage des usages des calculatrices et notamment au service de la résolution de problèmes, seuls 16 % des enseignants y ont recours. Ils étaient 11 % dans ce cas en 2008. Il y a donc peu d'évolution.

FIGURE 3.2.5 Objectif vidéo



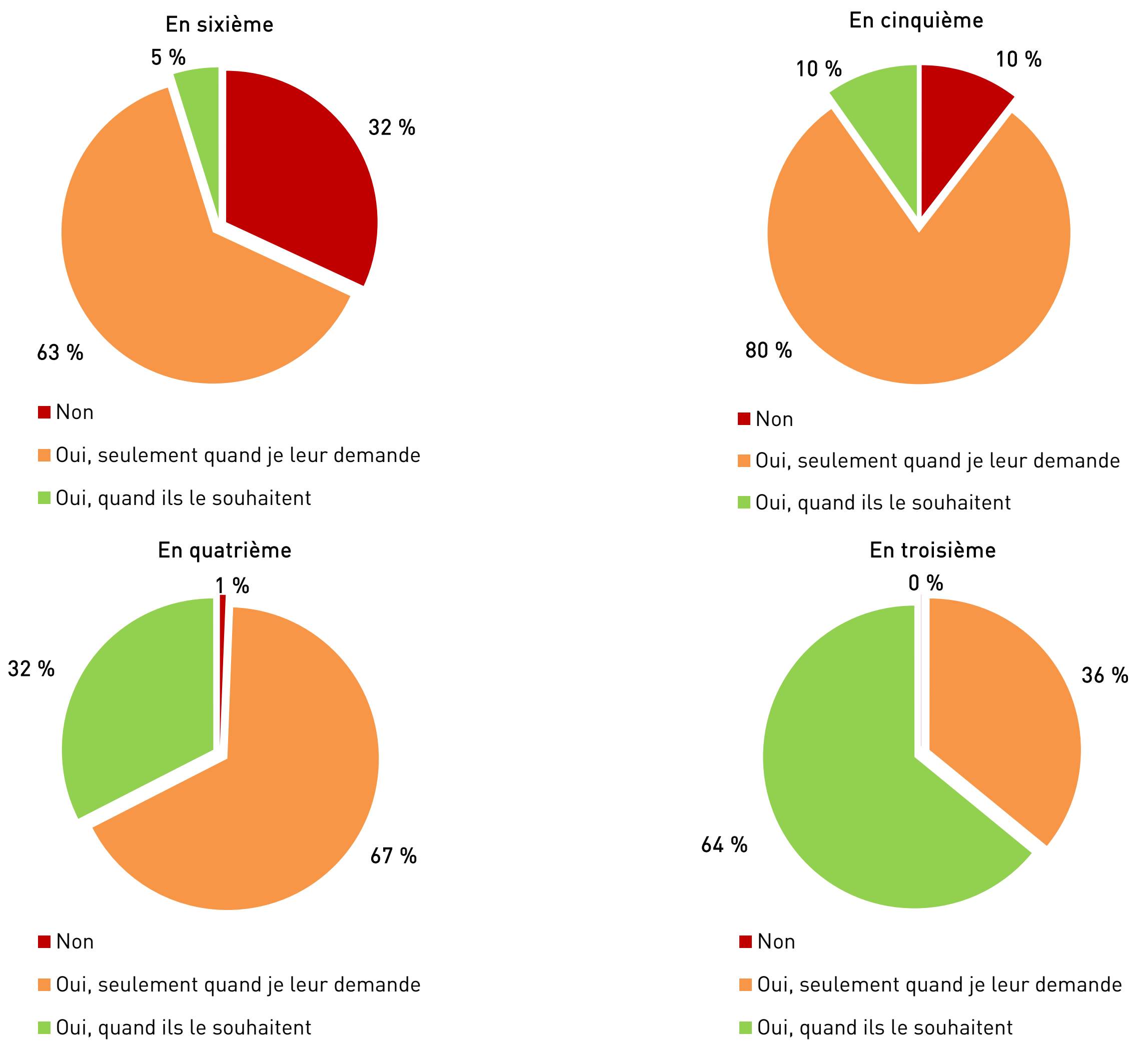
3.3 LE CALCUL MENTAL ET LA CALCULATRICE

La calculatrice : des usages qui évoluent fortement au fil des quatre années du collège

Vos élèves utilisent-ils une calculatrice en classe ?

Comme en 2008, les enseignants déclarent laisser leurs élèves utiliser leur calculatrice de manière de plus en plus libre de la sixième à la troisième. Ils sont un tiers à interdire la calculatrice en sixième, mais plus aucun ne l'interdit en classe de troisième.
A contrario, du point de vue des élèves, l'usage est rarement libre en sixième (5 % des cas) et s'accroit ensuite pour atteindre 64 % en classe de troisième. Corrélativement, l'usage de la calculatrice est fortement encadré par l'enseignant jusqu'en classe de quatrième (environ deux tiers des cas), proportion qui s'inverse en troisième où l'usage devient libre dans deux tiers des cas.
Derrière cet élargissement de la liberté d'usage de la calculatrice, se pose la question de la construction progressive, au fil des quatre années, d'une certaine autonomie des élèves dans l'usage de leur calculatrice. Il faut en effet d'abord avoir appris à se servir d'une calculatrice pour être libre de l'utiliser et capable de la mobiliser efficacement. Dans le cadre de la résolution de problèmes, au cœur des apprentissages de notre discipline, la calculatrice est un moyen pour des élèves ayant des difficultés en calcul de s'impliquer dans la résolution du problème sans être freinés par les obstacles calculatoires. Cela doit leur permettre de progresser dans l'acquisition des compétences de raisonnement, de modélisation, de recherche, de représentation et de communication.
Il est important de noter également que la calculatrice peut constituer une voie d'accès au calcul littéral, à la pratique d'algorithmes et à la résolution d'équations.

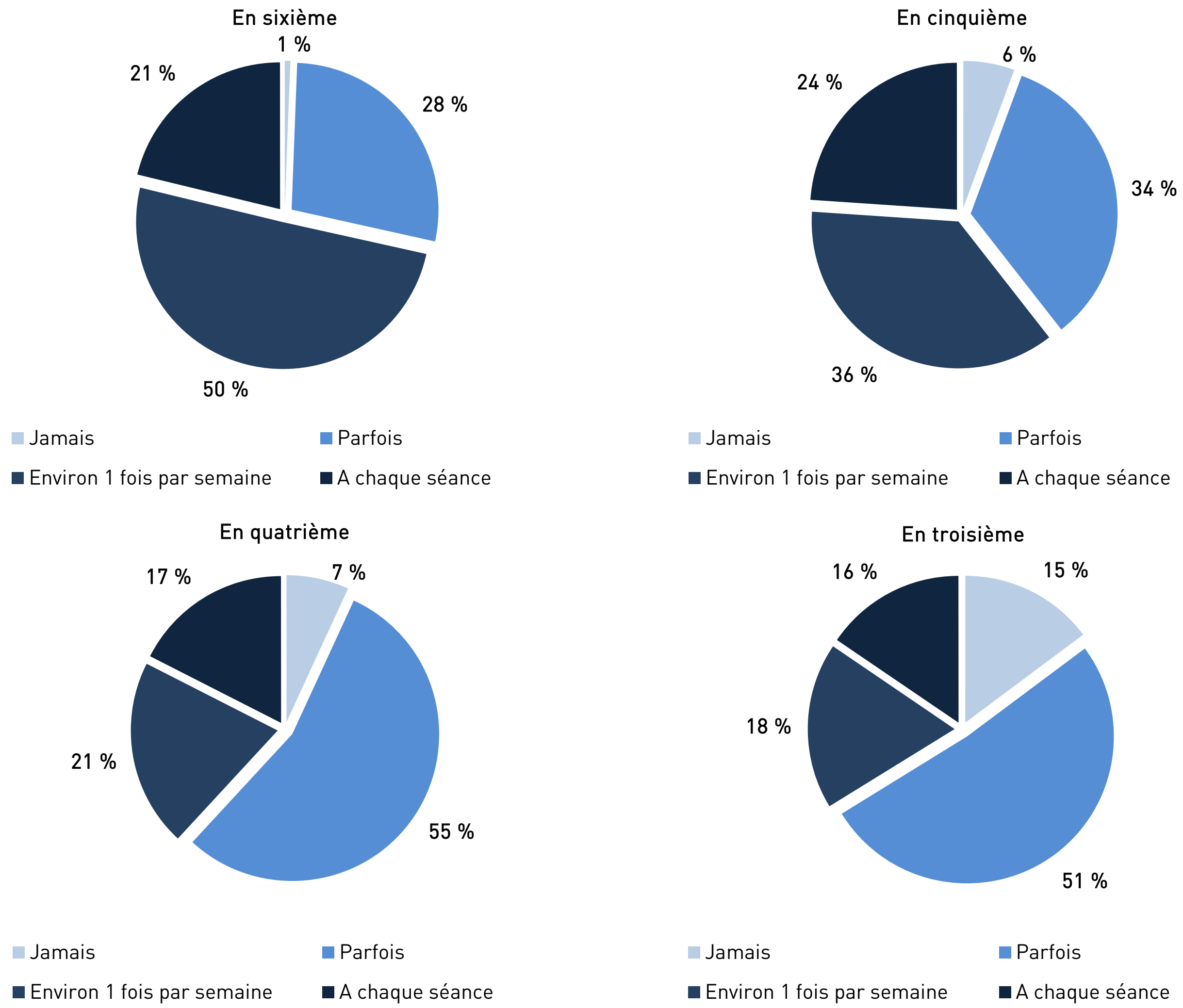
FIGURE 3.3.1 Utilisation de la calculatice par niveau



Pratique du calcul mental : elle se réduit au fil des quatre années du collège

À quelle fréquence faites-vous du calcul mental avec vos élèves ?

FIGURE 3.3.2 Fréquence d'utilisation du calcul mental



En 2008, les enseignants déclaraient pratiquer de moins en moins le calcul mental au fil des années collège. Ceci se confirme globalement en 2014 avec cependant une exception notable en classe de troisième où on peut observer une augmentation significative entre 2008 et 2014 (de 14 à 32 % pour un usage d'au moins une fois par semaine).
Les pratiques de calcul mental se réduisent néanmoins de la 6ᵉ à la 3ᵉ.
Ce recul est-il en rapport avec l'augmentation des usages de la calculatrice ? Ce serait dommage, car conserver un contrôle efficace de l'outil calculatrice nécessite de développer des habitudes d'autocontrôle, de vraisemblance et d'ordres de grandeur reposant précisément sur le calcul mental.
Est-il lié au fait que reculeraient les moments institués et spécifiquement dédiés au calcul mental qui s'effaceraient pour laisser place à des pratiques plus libres et individuelles, non déclarées comme moments de calcul mental institués au niveau de la classe ? Ce serait alors un signe intéressant d'évolution vers une autonomie des élèves dans leurs usages de la calculatrice. Il faut cependant mesurer aussi que le calcul mental organisé au niveau de la classe pour développer les capacités de calcul réfléchi nécessite un apprentissage organisé par le professeur.
Rappelons également qu'un des enjeux du calcul mental automatisé et réfléchi vise à développer le calcul numérique intelligent indispensable pour aborder le calcul littéral (différentes écritures équivalentes, propriétés des nombres et des opérations).

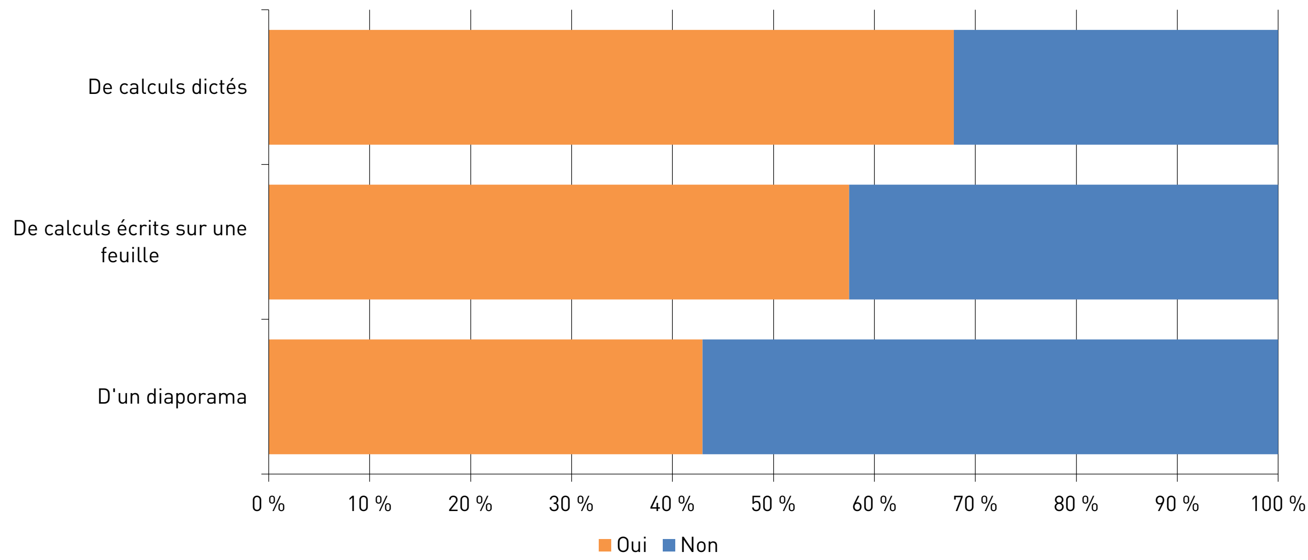
Les différentes formes de mise en œuvre du calcul mental : une réflexion qui reste à approfondir en fonction des objectifs de formation poursuivis

Faites-vous du calcul mental sous la forme... ?

La formulation de la question ne permet pas de connaître la modalité la plus fréquemment utilisée par les enseignants, certains enseignants pouvant pratiquer deux voire les trois formes de travail dans des proportions qui ne sont pas données. On ne connaît pas non plus la nature des questions posées aux élèves (calcul automatisé, réfléchi ou instrumenté), ni l'organisation de la collecte et de l'exploitation des réponses en termes de procédures.

Cependant, les compétences mobilisées par les élèves ne sont pas de même nature selon que le calcul est dicté ou qu'il est écrit (sur une feuille ou sur une diapositive). Dans le premier cas, la mémoire de travail est fortement sollicitée pour la mémorisation du calcul à faire, réduisant d'autant la disponibilité pour la réflexion sur les stratégies à mettre en œuvre. Néanmoins, la complémentarité des calculs écrits et dictés sur le plan de la différenciation pédagogique est à souligner. Les élèves en difficulté peuvent avoir besoin d'entendre le calcul écrit ou de voir le calcul dicté. Les deux formes gagneraient donc à être simultanément proposées.

FIGURE 3.3.3 Forme calcul mental



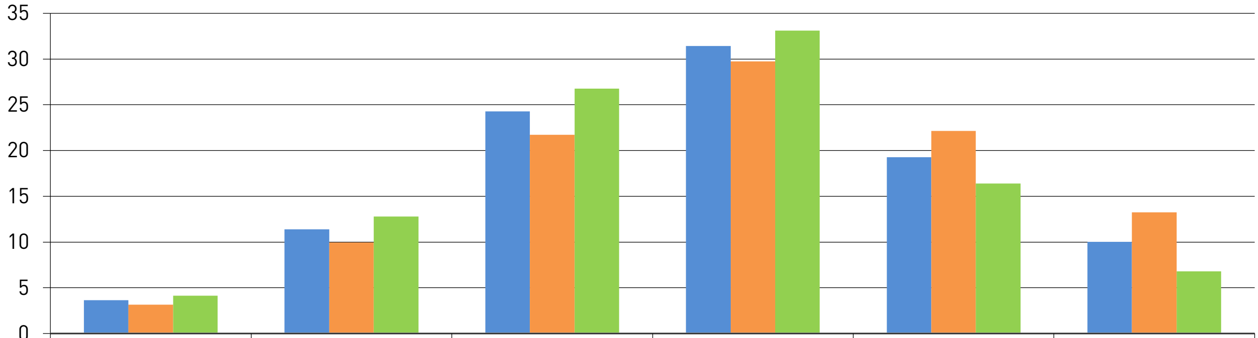
Fiche 4 : analyse par champ du programme

— Les filles et les garçons obtiennent des résultats très proches quel que soit le champ du programme étudié.
— La majorité des élèves en retard se trouve dans les groupes de niveau inférieur ou égal à 2 quel que soit le champ du programme.
— Il y a moins d'élèves en grande réussite dans l'éducation prioritaire.

4.1 NOMBRES ET CALCULS

Dans le domaine des nombres, les garçons réussissent plutôt mieux que les filles lorsque les exercices sont plus difficiles. Dans les groupes 4 et 5, la part de garçons est de 35,4 % alors que celle des filles est de 23,21 % (un écart de plus de 12 %).

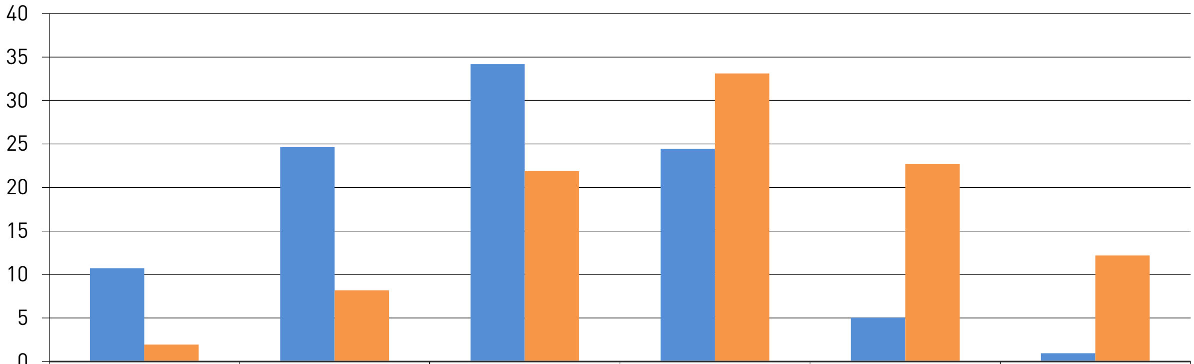
FIGURE 4.1.1 Répartition des élèves par genre et par groupe de niveaux dans le domaine de la connaissance des nombres et du calcul (%)



	Groupe <1	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Ensemble	3,64	11,38	24,26	31,42	19,28	10,02
Garçons	3,16	9,96	21,73	29,74	22,15	13,25
Filles	4,13	12,79	26,78	33,09	16,41	6,80

Ensemble Garçons Filles

FIGURE 4.1.2 Répartition des élèves par date de naissance et par groupe de niveaux dans le domaine de la connaissance des nombres et du calcul (%)



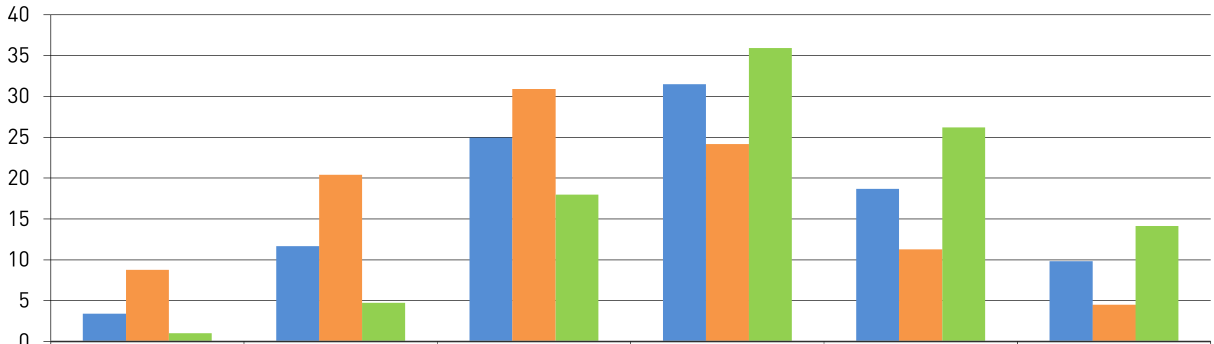
	Groupe <1	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Élèves en retard	10,71	24,65	34,17	24,44	5,06	0,96
Élèves à l'heure	1,94	8,19	21,88	33,10	22,70	12,20

Élèves en retard Élèves à l'heure

69,53 % des élèves en retard se trouvent dans les groupes de niveau inférieur ou égal à 2 pour seulement 32 % des élèves à l'heure. On retrouve à peine 1 % des élèves en retard dans le groupe de niveau 5 contre 12 % des élèves à l'heure.
Le passage de l'addition des entiers naturels aux entiers relatifs caractérise la différence de maitrise entre les élèves en retard et les élèves à l'heure. En revanche la comparaison de décimaux relatifs est maitrisée par tous les élèves.

Les élèves de l'éducation prioritaire sont majoritairement présents dans les groupes de niveau inférieur ou égal à 2 (60,09 %). Dans ces mêmes groupes, la proportion d'élèves du public hors éducation prioritaire est de 40 %.
Parmi les élèves les plus en réussite sur la connaissance des nombres, l'écart reste stable entre l'éducation prioritaire et le reste des établissements publics (écart entre 5 et 7 %).

FIGURE 4.1.3 Répartition des élèves par strate et par groupe de niveaux dans le domaine de la connaissance des nombres et du calcul (%)



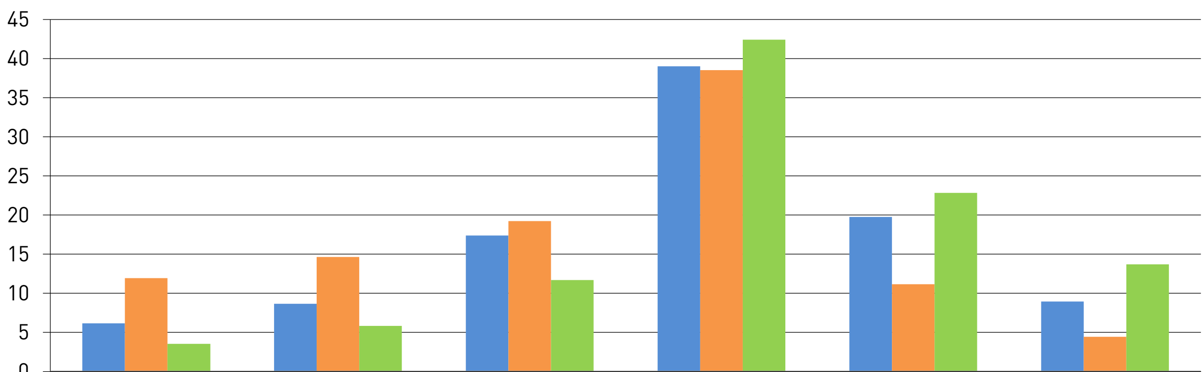
	Groupe <1	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Public hors EP	3,42	11,67	24,94	31,47	18,68	9,82
EP	8,79	20,39	30,91	24,15	11,27	4,49
Privé	1,03	4,75	17,99	35,90	26,18	14,15

Public hors EP · EP · Privé

4.2 GÉOMÉTRIE

Dans le domaine de la géométrie, les garçons et les filles ont des taux de réussite très proches quel que soit leur groupe. Les écarts vont de 0,5 % à 3,61 % dans les différents groupes. L'écart le plus élevé est de 3,61 % dans le groupe 3. Dans les groupes <1, 1 et 2, la part des garçons est de 46,10 % alors que celle des filles est de 41,90 %.

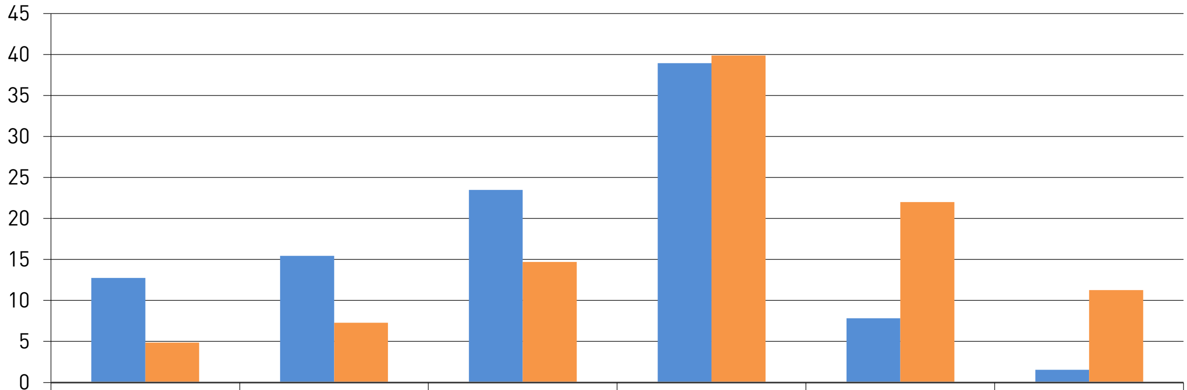
FIGURE 4.2.1 Répartition des élèves par strate et par groupe de niveaux dans le domaine de la géométrie (%)



	Groupe <1	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Public hors EP	6,15	8,67	17,39	39,04	19,78	8,97
EP	11,94	14,65	19,25	38,54	11,16	4,45
Privé	3,56	5,83	11,68	42,41	22,83	13,69

Public hors EP · EP · Privé

FIGURE 4.2.2 Répartition des élèves par date de naissance et par groupe de niveaux dans le domaine grandeurs et mesures (%)

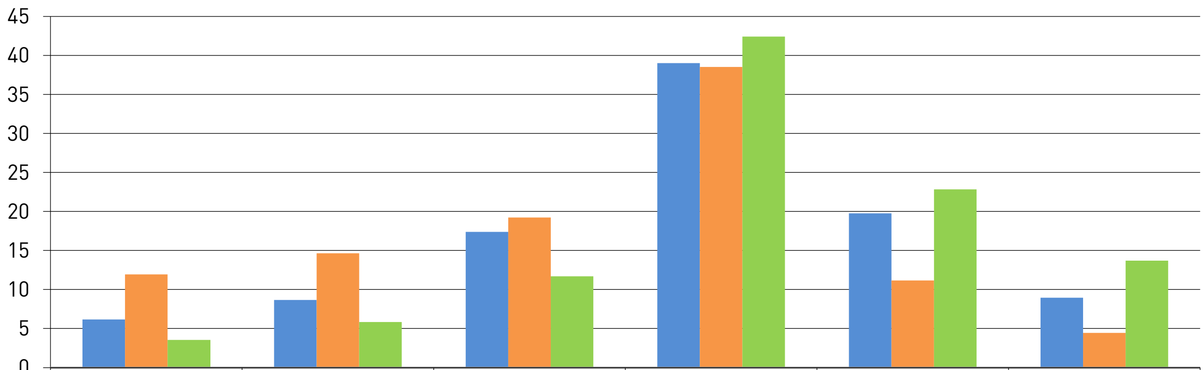


	Groupe <1	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Élèves en retard	12,76	15,45	23,48	38,94	7,83	1,55
Élèves à l'heure	4,86	7,30	14,71	39,88	22,01	11,25

Dans le domaine de la géométrie, on remarque un net écart entre les élèves à l'heure et les élèves en retard.
Dans les groupes <1, 1 et 2 la part d'élèves en retard est de 68,38 % alors que la part d'élèves à l'heure est de 38,13 %. Ces élèves savent reconnaitre et extraire l'information à partir d'un codage.
Dans le groupe 3, la part d'élèves à l'heure est de 34,02 % alors que la part d'élèves en retard est de 26,07 %. Les élèves de ce groupe ont acquis la compétence : « raisonner à l'aide une étape déductive ».
Dans les groupes 4 et 5, la part d'élèves à l'heure est de 27,84 % alors que la part des élèves en retard est de 5,54 %. Ces élèves maîtrisent le raisonnement à deux étapes déductives ou plus.

Les élèves de l'éducation prioritaire sont majoritairement présents dans les groupes de niveau inférieur ou égal à 2 (61,41 %). Dans ces mêmes groupes, la proportion d'élèves du public est de 45,30 %.
Parmi les élèves des groupes 3, 4 et 5, l'écart reste stable entre l'éducation prioritaire et le reste des établissements publics (écart entre 4 et 6 % en faveur des établissements publics hors EP).

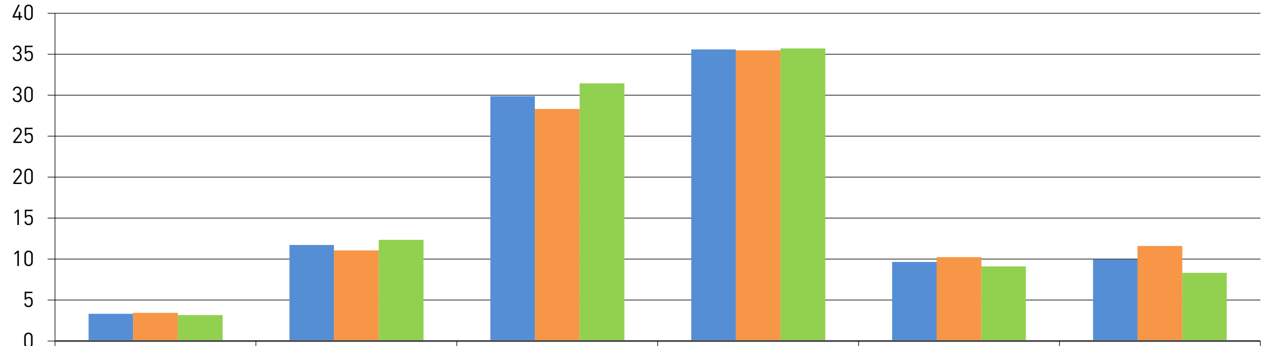
FIGURE 4.2.3 Répartition des élèves par strate et par groupe de niveaux dans le domaine de la géométrie (%)



	Groupe <1	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Public hors EP	6,15	8,67	17,39	39,04	19,78	8,97
EP	11,94	14,65	19,25	38,54	11,16	4,45
Privé	3,56	5,83	11,68	42,41	22,83	13,69

4.3 ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES

FIGURE 4.3.1 Répartition des élèves par genre et par groupe de niveaux dans le domaine de l'organisation et la gestion de donnée (%)



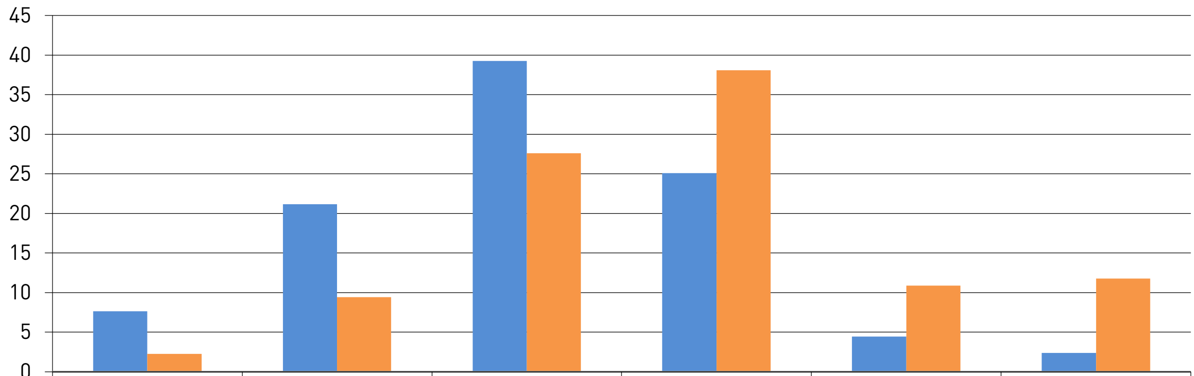
	Groupe <1	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Ensemble	3,29	11,71	29,86	35,56	9,64	9,94
Garçons	3,42	11,06	28,29	35,44	10,21	11,58
Filles	3,17	12,35	31,42	35,68	9,07	8,31

Ensemble   Garçons   Filles

Dans le domaine de l'organisation et de la gestion de données, les garçons et les filles ont des taux de réussite similaires quel que soit leur groupe. Les écarts vont de 0,24 à 3,27 % dans les différents groupes. L'écart le plus élevé est de 3,27 % dans le groupe 2.

Dans le domaine de l'organisation et la gestion de données, on remarque un net écart entre les élèves à l'heure et les élèves en retard.
Dans les groupes <1, 1 et 2 la part d'élèves en retard est de 68,10 % alors que la part des élèves à l'heure est de 39,26 %.

FIGURE 4.3.2 Répartition des élèves par date de naissance et par groupe de niveaux dans le domaine de l'organisation et la gestion de donnée (%)



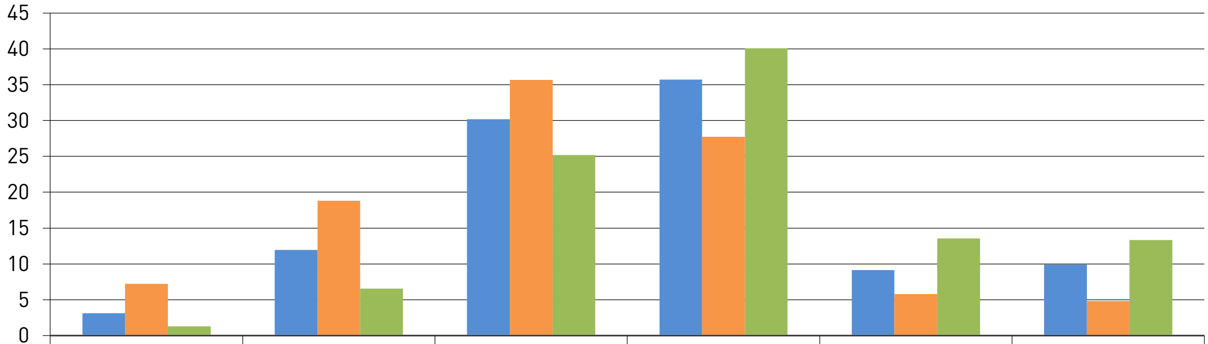
	Groupe <1	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Élèves en retard	7,65	21,18	39,27	25,08	4,43	2,38
Élèves à l'heure	2,24	9,43	27,59	38,08	10,89	11,76

Élèves en retard   Élèves à l'heure

Ils savent prélever les informations, ils comprennent les notions de probabilité, de proportionnalité et de pourcentage, mais ils n'arrivent pas à les mobiliser dans des procédures de calcul. Les informations prélevées n'arrivent cependant pas à être croisées avec d'autres.
Dans le groupe 3, la part des élèves à l'heure est de 38,08 % alors que la part des élèves en retard est de 25,08 %.

À partir de ce groupe, les élèves sont non seulement capables d'extraire des informations, mais aussi de les exploiter. Ils savent appliquer un taux de pourcentage et déterminer un coefficient de proportionnalité.
Dans les groupes 4 et 5, la part des élèves à l'heure est de 22,65 % alors que la part des élèves en retard est de 6,81 %.
Dans ce groupe, les élèves arrivent à formaliser, à l'aide de calculs, leur connaissance dans les thèmes des statistiques et de la proportionnalité.

FIGURE 4.3.3 Répartition des élèves par strate et par groupe de niveaux dans le domaine de l'organisation et la gestion de donnée (%)



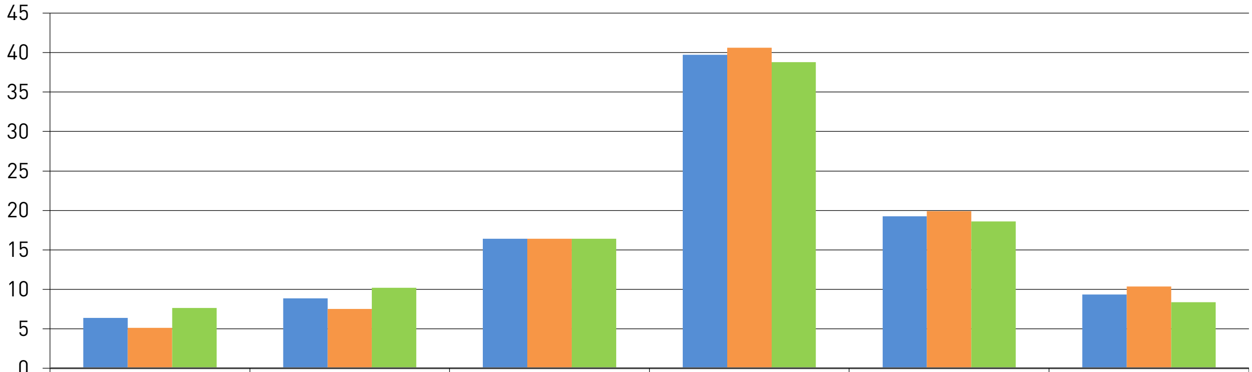
	Groupe <1	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Public hors EP	3,11	11,93	30,19	35,71	9,15	9,91
EP	7,24	18,80	35,65	27,72	5,79	4,80
Privé	1,31	6,54	25,18	40,10	13,56	13,31

Les élèves de l'éducation prioritaire sont majoritairement présents dans les groupes de niveau inférieur ou égal à 2 (61,69 %)
Dans ces mêmes groupes, la proportion d'élèves du public est de 45,23 %.
Parmi les élèves des groupes 4 et 5 dans le domaine de l'organisation et la gestion de données, l'écart reste stable entre l'éducation prioritaire et le reste des établissements publics (écart de 3,36 % et 5,11 % en faveur des établissements publics hors EP).

4.4 GRANDEURS ET MESURES

Dans le domaine des grandeurs et mesures, les garçons et les filles ont quasiment les mêmes taux de réussite quel que soit leur groupe. Les écarts vont de 0,03 % à 2,49 % dans les différents groupes. L'écart le plus élevé est de 2,49 % dans le groupe 1. Dans les groupes <1 et 1, la part des garçons est de 12,67 % alors que celle des filles est de 17,85 %.
Dans les groupes 3, 4 et 5, la part des garçons est de 70,90 % alors que celle des filles est de 65,75 %.

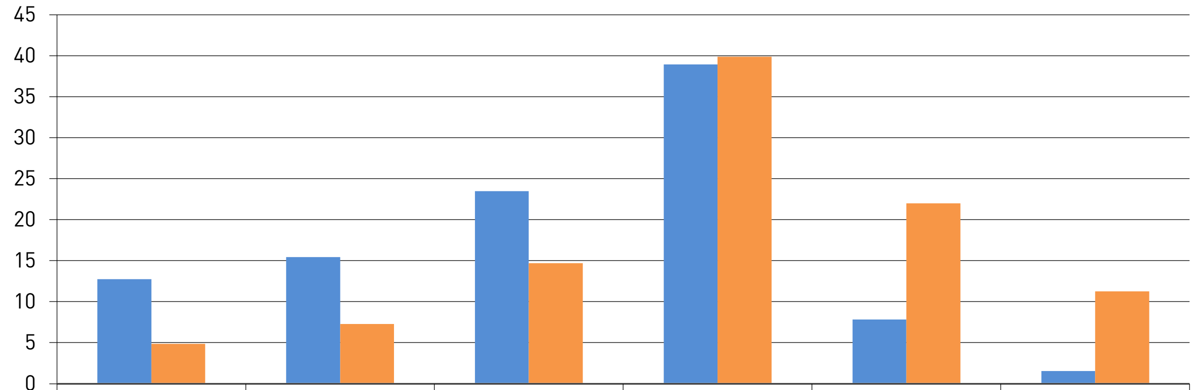
FIGURE 4.4.1 Répartition des élèves par genre et par groupe de niveaux dans le domaine grandeurs et mesures (%)



	Groupe <1	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Ensemble	6,39	8,88	16,41	39,70	19,26	9,37
Garçons	5,14	7,53	16,43	40,62	19,90	10,38
Filles	7,63	10,22	16,40	38,78	18,61	8,36

Dans le domaine des grandeurs et mesures, on remarque un net écart dans la majorité des groupes entre les élèves à l'heure et les élèves en retard.
Dans les groupes <1, 1 et 2, la part des élèves en retard est de 51,69 % alors que la part des élèves à l'heure est de 26,87 %. Les élèves savent convertir les unités simples et calculer des durées.
Dans le groupe 3, la part des élèves en retard est de 38,94 % alors que la part des élèves à l'heure est de 39,88 %. Les élèves maitrisent le dénombrement d'unité d'aires ou de volumes.
Dans les groupes 4 et 5, la part des élèves en retard est de 9,38 % alors que celle des élèves à l'heure est de 33,96 %. Les élèves maitrisent la distinction entre périmètre et aire. Ils savent utiliser aussi certaines formules de périmètre ou de volume.

FIGURE 4.4.2 Répartition des élèves par date de naissance et par groupe de niveaux dans le domaine grandeurs et mesures (%)

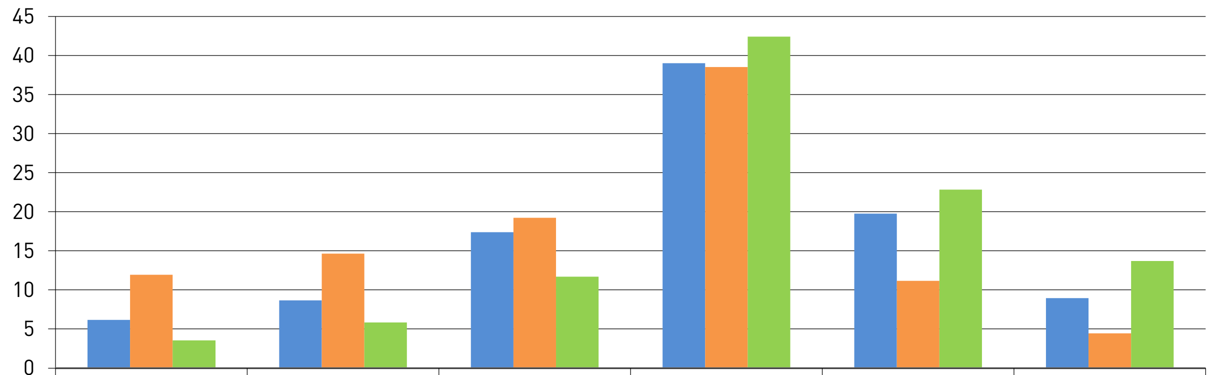


	Groupe <1	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Élèves en retard	12,76	15,45	23,48	38,94	7,83	1,55
Élèves à l'heure	4,86	7,30	14,71	39,88	22,01	11,25

Les élèves de l'éducation prioritaire sont majoritairement présents dans les groupes de niveau inférieur ou égal à 2 (45,84 %). Les élèves hors EP sont de 32,21 %. L'écart entre les élèves hors EP du groupe 3 (39,04 %) et les élèves en EP (38,54 %) est très faible.

Parmi les élèves des groupes 4 et 5 dans le domaine des grandeurs et mesures, l'écart entre l'éducation prioritaire et le reste des établissements publics est en faveur des établissements hors EP (8,62 % et 4,52 %)

FIGURE 4.4.3 Répartition des élèves par strate et par groupe de niveaux dans le domaine de la géométrie (%)



	Groupe <1	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
Public hors EP	6,15	8,67	17,39	39,04	19,78	8,97
EP	11,94	14,65	19,25	38,54	11,16	4,45
Privé	3,56	5,83	11,68	42,41	22,83	13,69

4.5 CONCLUSION

Répartition des élèves par genre et par groupe de niveau.

Dans tous les domaines, quel que soit le groupe, l'écart entre les filles et les garçons est faible excepté dans le champ « nombres et calculs ». Dans les groupes 4 et 5 de ce champ, les filles sont moins représentées et l'écart est plus important (12 % en faveur des garçons).

Répartition des élèves par date de naissance et par groupe de niveau.

La moyenne est centrée sur les groupes 1 et 2 pour les élèves en retard et sur le groupe 3 pour les élèves à l'heure.

Répartition des élèves par strate (public hors EP et public EP)

Les élèves de l'éducation prioritaire sont majoritairement représentés dans les groupes de niveau inférieur ou égal à 2. Cependant, les élèves en EP sont aussi présents dans les groupes 4 et 5.

Fiche 5 : Analyse de certains items « ouverts »

Pour les exemples qui suivent, une double analyse a été effectuée :
- Une analyse basée sur les connaissances des programmes de l'enseignement secondaire français utilisant le modèle de réponse à l'item[1] ,
- Une analyse par compétence, réalisée à partir d'un document de travail créé par des enseignants[2] ayant pris appui sur la cotation d'items par degrés de complexité lors de la conception des items PISA 2012. Cette analyse s'est articulée selon 7 facultés déclinées en niveaux par Ross Turner[3] et le groupe d'experts de conception des items PISA 2012 pour l'OCDE.

Ce document est utilisé comme un outil permettant une analyse a priori de l'exercice proposé afin de déterminer les compétences mobilisées. Il n'a pas valeur de modèle. C'est simplement un exemple possible.

TABLEAU 5.1

CHERCHER			
Extraire d'un document les informations utiles, les reformuler, les organiser, les confronter à ses connaissances. S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture. Tester, essayer plusieurs pistes de résolution. Décomposer un problème en sous-problèmes.			
Niveau 1	**Niveau 2**	**Niveau 3**	**Niveau 4**
Lecture directe de données sur un support. La donnée est explicite et est directement reliée à la situation.	L'information sélectionnée doit être interprétée (reformulée, traduite, codée ou décodée) en relation avec une situation simple.	Mettre en relation plusieurs représentations. Modifier une représentation. Procéder à des interprétations dans des situations plus complexes.	Utiliser et interpréter des supports d'information complexes. Comparer ou évaluer certains modes de représentation.

1 Thierry Rocher, Éducation & formation n° 86-67, mai 2015, p. 37-59

2 Franck Salles -Philippe Arzoumanian, chargés d'études DEPP-B2

3 Ross Turner is a *Principal Research Fellow at the Australian Council for Educational Research in the National and International Surveys research program.*

TABLEAU 5.2

CALCULER			
Calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel). Contrôler la vraisemblance de ses résultats, notamment en estimant des ordres de grandeur ou en utilisant des encadrements. Calculer en utilisant le langage algébrique (lettres, symboles, ...).			
Niveau 1	**Niveau 2**	**Niveau 3**	**Niveau 4**
Suivre un protocole simple et guidé pas à pas pour réaliser une mesure, un schéma ou un calcul.	L'élève réalise un graphique dont les échelles et axes sont donnés, un tableau dont les paramètres de représentation sont donnés, un calcul à partir d'une expression ou formule simple, une mesure avec un instrument connu.	Utiliser et manipuler les outils en connaissant les conditions d'utilisation, les précautions d'emploi en vue de produire une figure, un graphique, un tableau ou autre adapté à une situation simple ou familière (dont tableur).	Utiliser et manipuler les outils en connaissant les conditions d'utilisation, les précautions d'emploi en vue de produire une figure, un graphique, un tableau ou autre adapté à une situation complexe (dont tableur). Choisir la représentation la plus appropriée à la situation.

TABLEAU 5.3

RAISONNER			
Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement. En géométrie, passer progressivement de la perception au contrôle par les instruments pour amorcer des raisonnements s'appuyant uniquement sur des propriétés des figures et sur des relations entre objets. Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui. Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.			
Niveau 1	**Niveau 2**	**Niveau 3**	**Niveau 4**
Procéder à l'application directe d'une règle ou d'une propriété ou d'un algorithme donné.	Procéder à un tri ou une mise en relation des données ou reformuler un problème, puis appliquer directement une règle pour arriver à une conclusion sans autre étape de raisonnement.	Proposer une hypothèse ou conjecture. Mettre en œuvre une démarche à plusieurs étapes (essais-erreurs, théorèmes, règles, calculs) pour la valider ou l'invalider.	Proposer une hypothèse ou conjecture. Mettre en œuvre une démarche à plusieurs étapes (essais-erreurs, théorèmes, règles, formules) pour la valider ou l'invalider. Généraliser. Produire un contre-exemple. Contrôler la vraisemblance d'un résultat en faisant un calcul d'ordre de grandeur.

TABLEAU 5.4

COMMUNIQUER			
Communiquer un résultat ou une explication par écrit.			
Niveau 1	**Niveau 2**	**Niveau 3**	**Niveau 4**
Produire une réponse construite fermée (valeur numérique ou mot unique).	Produire une phrase simple, grammaticalement correcte, communiquant un résultat simple sans étape de raisonnement, application directe d'un théorème ou d'une instruction.	Ordonner et structurer un ensemble de résultats, des solutions, des conclusions. Une ou plusieurs étapes de raisonnement.	Communiquer une démarche ou une explication à plusieurs étapes de manière experte (complète, économique, cohérente, en langage scientifique).

TABLEAU 5.5

MODÉLISER			
Reconnaître des situations de proportionnalité et résoudre les problèmes correspondants. Traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple, à l'aide d'équations, de fonctions, de configurations géométriques, d'outils statistiques). Comprendre et utiliser une simulation numérique ou géométrique. Valider ou invalider un modèle, comparer une situation à un modèle connu (par exemple un modèle aléatoire).			
Niveau 1	**Niveau 2**	**Niveau 3**	**Niveau 4**
La situation est intra-mathématique ou les liens entre la situation et le modèle mathématique ne sont pas requis.	Interpréter un modèle donné, traduire directement une situation dans un registre mathématique.	Modifier ou utiliser un modèle à l'aide de nouvelles données ou conditions. Choisir ou créer un modèle appliqué à des contraintes explicites.	Créer un modèle mathématique à partir de contraintes, conjectures, variables ou relations non isolées et non explicites.

TABLEAU 5.6

REPRÉSENTER			
Choisir et mettre en relation des cadres (numérique, algébrique, géométrique) adaptés pour traiter un problème ou pour étudier un objet mathématique. Produire et utiliser plusieurs représentations des nombres. Représenter des données sous forme d'une série statistique. Utiliser, produire et mettre en relation des représentations de solides (par exemple, perspective ou vue de dessus/de dessous) et de situations spatiales (schémas, croquis, maquettes, patrons, figures géométriques, photographies, plans, cartes, courbes de niveau).			
Niveau 1	**Niveau 2**	**Niveau 3**	**Niveau 4**
Prise d'information directe, interprétation minimale requise.	Choisir ou interpréter un mode de représentation classique et familier, en relation avec une situation.	Utiliser, relier deux modes de représentation différents, modifier une représentation ou en concevoir une simple.	Comprendre et utiliser une représentation non classique, décoder et interpréter des informations non explicites et non isolées. Evaluer l'intérêt de certains modes de représentation.

5.1 EXEMPLE 1 : NOMBRES ET CALCULS

Des procédures personnelles pertinentes même pour les élèves des groupes <1 et 1.
Une algébrisation forcée dans un cadre inadaptée amène la plupart des élèves à l'échec.

Un des objectifs de l'enseignement mathématique au collège est que le calcul littéral prenne place dans les moyens d'expression et de résolution de problèmes disponibles pour les élèves, à côté du calcul numérique. Cependant, il ne faut pas que cela se fasse au détriment des procédures personnelles des élèves, qui peuvent se révéler très efficaces, d'autant plus que ce sont parfois les seules accessibles par les élèves en moindre réussite.
L'enquête Cedre Mathématiques fin de collège de mai 2014[4] a permis, par l'intermédiaire d'exercices dits « ouverts » (c'est-à-dire demandant une rédaction écrite aux élèves), de faire connaître et de valoriser différentes démarches de résolution.

Dans le cadre d'une situation arithmétique dans laquelle une algébrisation pour résoudre le problème est possible, l'exercice suivant a été proposé :

> Brigitte va dans une librairie.
> Elle y achète autant de livres que de magazines.
> Les magazines coûtent 2 € chacun et les livres coûtent 6 € chacun.
> Elle dépense en tout 40 €
> Combien de livres a-t-elle achetés ?

Le taux de non-réponse est assez faible (14 %), car même les élèves en moindre réussite se sont engagés en mettant en œuvre une procédure personnelle. Trois procédures principales pour aboutir au résultat exact ont été mises en évidence.

Trois types de procédures correctes

Dans la première procédure (dite « essai-erreur »), l'élève teste une ou plusieurs valeurs et trouve la réponse au problème.

L'échelle Cedre est répartie en six groupes : du groupe <1 composé des élèves de l'échantillon les plus en difficulté au groupe 5 composé des élèves en grande réussite. L'étude de l'échantillon représentatif des élèves de France métropolitaine a donné la répartition suivante : groupe 0 : 3,6 % ; groupe 1 : 15,6 % ; groupe 2 : 27,8 % ; groupe 3 : 28,3 % ; groupe 4 : 15,3 % ; groupe 5 : 9,1 %.

4 Arzoumanian P., Dalibard É, 2015, « Cedre mathématiques », *Note d'Information* n° 19, MENESR-DEPP B2..

Exemple de production d'un élève du groupe 3 :

FIGURE 5.1.1

Combien de livres a-t-elle achetés ?
Écrire les calculs et la réponse dans le cadre ci-dessous.

2x5 = 10 6x5 = 30
30 + 10 = 40
En ayant dépensé 40 €, Brigitte a acheté 5 livres.

Dans la seconde procédure (démarche algébrique), l'élève remarque qu'il peut utiliser un prix global (6 € + 2 € = 8 €) et diviser par ce prix global.

Exemple de production d'un élève du groupe 4 :

FIGURE 5.1.2

2 + 6 = 8
8 ...... = 40
8 x 5 = 40
donc elle a acheté 5 livres.

Dans la troisième procédure (démarche algébrique), l'élève met en équation, mais la lourdeur de la résolution qui en découle n'en fait pas la stratégie la plus efficace dans cette situation.

Exemple de production d'un élève du groupe 5 :

FIGURE 5.1.3

$2y + 6x = 40$ $2x + 6x = 40$
$8x = 40$
$x = \frac{40}{8} = \frac{20}{4} = \frac{10}{2} = 5$
Brigitte à achetté 5 livres et 5 magazines.

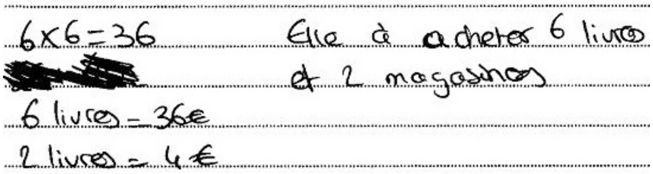
Deux types de démarches erronées

L'étude a analysé également deux démarches principales qui ont abouti à une mauvaise réponse : la démarche numérique et la démarche algébrique.

Dans la première, l'élève n'a pas tenu compte du fait qu'il y avait autant de livres que de magazines.

Exemple de production d'un élève du groupe 1 :

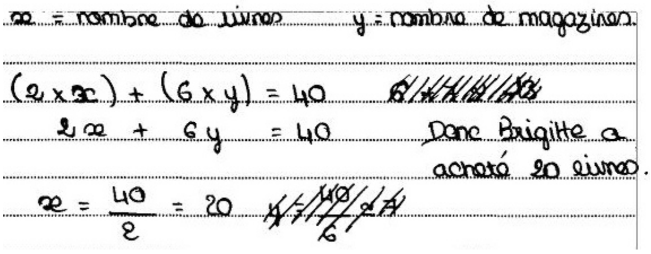
FIGURE 5.1.4



Dans la seconde, l'élève met en équation, mais se retrouve parfois avec une équation à deux inconnues.

Exemple de production d'un élève du groupe 3 :

FIGURE 5.1.5



Une algébrisation trop prégnante ?

L'analyse de l'ensemble des productions des élèves de l'échantillon a permis d'aboutir au tableau suivant :

TABLEAU 5.1.1

GROUPE	Procédure 1	Procédure 2	Procédure 3	Démarche algébrique non aboutie	Démarche numérique non aboutie	Autres procédures
<1	16 %	2 %	0 %	2 %	33 %	47 %
1	29 %	4 %	0 %	3 %	36 %	28 %
2	54 %	7 %	2 %	4 %	17 %	16 %
3	60 %	10 %	9 %	4 %	9 %	7 %
4	52 %	14 %	23 %	4 %	5 %	2 %
5	36 %	16 %	44 %	0 %	3 %	1 %
Moyenne	**49 %**	**9 %**	**11 %**	**3 %**	**15 %**	**12 %**

Ce tableau montre qu'il est nécessaire de ne pas privilégier la procédure experte (procédure 3) au détriment des procédures personnelles (procédures 1 et 2).
En effet, la procédure 3 est utilisée essentiellement par le groupe 5 tandis que la procédure 1 l'est par les groupes <1 à 4. Pour ces élèves du groupe 5, le contrat scolaire qui consiste en Troisième à algébriser quasi systématiquement est très prégnant. Dans les groupes 2, 3 et 4, les élèves sont sur la procédure 1 alors que le contrat scolaire incite à effectuer la procédure 3 à ce niveau d'enseignement.

En conclusion, bien que cet exercice n'ait pas pour objectif de motiver le passage à l'algèbre, il est intéressant de le proposer dans un premier temps pour valoriser les procédures personnelles, sans oublier ensuite d'en montrer les limites à l'aide d'autres types de recherches (programmes de calculs que l'on ne peut remonter, par exemple).

Les compétences de résolution de problèmes sont bien mobilisées ici.
En prenant appui sur le document de cotation des compétences présenté en introduction, il est clair que la compétence « chercher » est mobilisée au niveau 2. En effet, l'information sélectionnée doit être interprétée (arithmétiquement ou algébriquement) en relation avec une situation simple de la vie quotidienne.
La compétence « calculer » est au niveau 2. Il faut choisir les opérations adaptées au problème et maîtriser les notions de base du calcul sur les entiers.
La compétence « raisonner » est également mobilisée au niveau 3. Il faut mettre ici en œuvre une démarche à plusieurs étapes pour déterminer le résultat.
La compétence « communiquer » est aussi au niveau 3. Il s'agit d'ordonner plusieurs étapes de raisonnement.
Enfin, la compétence « modéliser » est au niveau 2. Le travail consiste à traduire directement une situation dans un registre mathématique.

5.2 EXEMPLE 2 : NOMBRES ET CALCULS

Un problème abordé par quasiment tous les élèves.
Des démarches mobilisant les connaissances des élèves sur le nombre « fraction » en tant que partage.
Un problème peu réussi à cause « d'une fraction du reste »
Des résolutions pragmatiques : « du vélo et de la natation donc moins à pied ! »
Les élèves maitrisent la compréhension de la fraction « nombre » en tant que partage, mais ne maitrisent pas le calcul « fraction d'une quantité ».

Il est clair que la question du calcul sur des nombres exprimés sous forme fractionnaire ne peut pas être traitée uniquement sur le plan de la mise en place de techniques de calcul. En effet, celles-ci doivent être justifiées à l'appui de significations données aux écritures fractionnaires et mises en œuvre pour résoudre des problèmes. C'est donc bien dans ce cadre que s'inscrit l'énoncé étudié ici.

Dans le cadre de la résolution d'un problème à l'aide des nombres en écriture fractionnaire, l'exercice suivant a été proposé :
Steve affirme que c'est à pied qu'il parcourt la plus grande distance.

Le triathlon des neiges de la vallée des loups comprend trois épreuves qui s'enchaînent : VTT, ski de fond et course à pied.

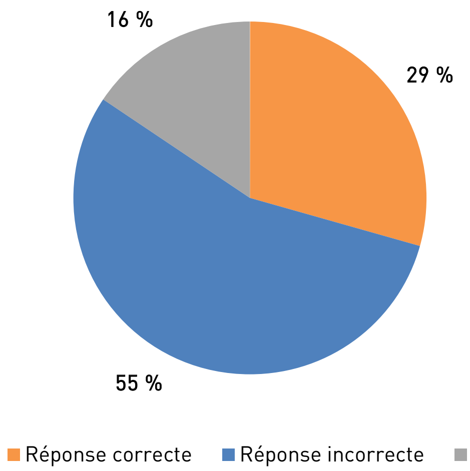
Steve, un passionné de cette épreuve, s'entraîne régulièrement sur le même circuit.

A chaque entraînement, il parcourt le circuit de la façon suivante :

la moitié à VTT,
le tiers à ski de fond,
le reste à pied.

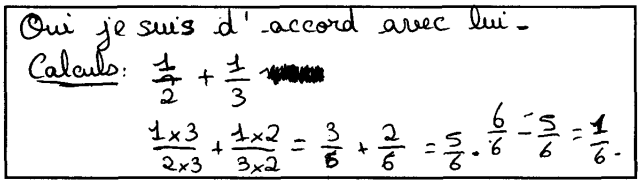
Êtes-vous d'accord avec lui ? Donnez vos arguments.
Le taux de non-réponse est assez faible (16 %) puisque même les élèves en moindre réussite se sont engagés en mettant en œuvre une procédure personnelle. Ce taux est par ailleurs en dessous de ce qui est habituellement constaté pour ce type d'exercice « ouvert » (faisant appel à une production écrite). Dans l'évaluation Cedre en mathématiques de fin de troisième, par exemple, la moyenne de non-réponse est de 23 %. Le contexte motivant du triathlon semble être une raison possible pour expliquer cet engagement. Les élèves produisent une démarche experte ou pragmatique en fonction de leurs connaissances et leur aisance dans le calcul fractionnaire.
Ce problème peut être résolu par un simple calcul ou par une représentation. L'étude de cet exemple a pourtant mis en évidence cinq procédures pour aboutir au résultat exact.

FIGURE 5.2.2 Répartition des réponses



Dans la première procédure (P1), l'élève effectue le calcul de la fraction restante et compare avec les deux connues.
Exemple de production d'un élève du groupe 4 correspondant à la procédure 1 :

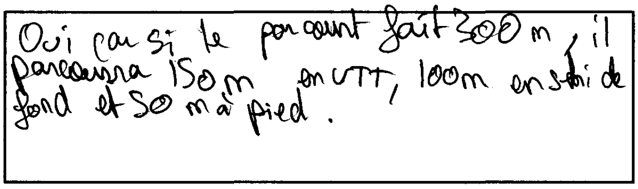
FIGURE 5.2.3


Oui je suis d'accord avec lui.
Calculs: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$
$\frac{1\times3}{2\times3} + \frac{1\times2}{3\times2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$. $\frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$.

Dans la seconde procédure (P2), l'élève utilise un exemple de distance égale à 30 m ou 100 m.

Exemple de production d'un élève du groupe 3 correspondant à la procédure 2 :

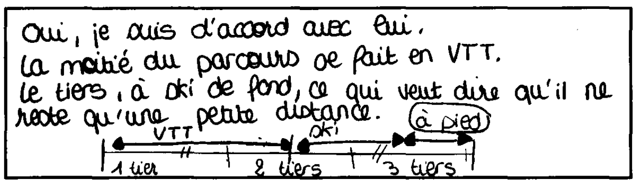
FIGURE 5.2.4


Oui car si le parcourt fait 300 m, il parcourra 150 m en VTT, 100m en ski de fond et 50 m à pied.

Dans la troisième procédure (P3), l'élève utilise un segment partagé en 1/2 puis 1/3.

Exemple de production d'un élève du groupe 3 correspondant à la procédure 3 :

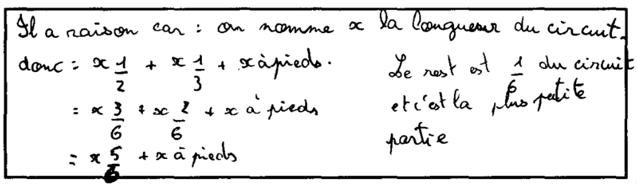
FIGURE 5.2.5


Oui, je suis d'accord avec lui.
La moitié du parcours se fait en VTT.
Le tiers, à ski de fond, ce qui veut dire qu'il ne reste qu'une petite distance. (à pied)

Dans la quatrième procédure (P4), l'élève utilise une variable et recourt au calcul littéral pour mener à bien une comparaison du même type que pour la procédure 1.

Exemple de production d'un élève du groupe 3 correspondant à la procédure 4 :

FIGURE 5.2.6


Il a raison car : on nomme x la longueur du circuit.
donc : $x\frac{1}{2} + x\frac{1}{3}$ + x à pieds.
$= x\frac{3}{6} + x\frac{2}{6}$ + x à pieds
$= x\frac{5}{6}$ + x à pieds
Le rest est $\frac{1}{6}$ du circuit et c'est la plus petite partie

Dans la cinquième procédure (P5), l'élève compare (1/3 et 1/4) puis (1/2+1/3 et 1/2+1/4)

Exemple de production d'un élève du groupe 5 correspondant à la procédure 5 :

FIGURE 5.2.7

Un tiers représente plus d'un quart du circuit. Si on l'ajoute à la moitié du circuit, il ne reste que moins d'un quart du circuit à faire à pied.

Les principales erreurs sont dues à une mauvaise interprétation de ce que représente la fraction d'une quantité.
L'étude a mis en évidence principalement deux démarches erronées.
Le premier type d'erreur (erreur 1) montre une confusion entre le tiers du parcours et le tiers du reste du parcours.

Exemple de démarche erronée pour un élève appartenant au groupe 4 :

FIGURE 5.2.8

C'est faux car s'il parcours $\frac{1}{3}$ du trajet en ski de fond et la moitié en VTT il lui reste $\frac{2}{3}$ du parcours à faire à pied.

VTT moitié $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ Parcours

Le second type d'erreur est la confusion entre 1/3, 1/6 et 1/4.

Exemple de démarche erronée (erreur 2) pour un élève appartenant au groupe 3 :

FIGURE 5.2.9

Oui je ne suis pas d'accord avec lui car

vtt -> $\frac{2}{4}$
ski de f -> $\frac{1}{4}$
pied -> $\frac{1}{4}$
$\Big\}\ \frac{4}{4}$

Il parcourt la même distance qu'avec des ski

L'analyse de l'ensemble des productions des élèves de l'échantillon a permis d'aboutir au tableau ci-dessous.

Cet exercice est réussi par environ un élève sur trois, mais n'est pourtant pas discriminant. Il n'y a pas de procédure qui représente un groupe plus qu'un autre.
Quel que soit le groupe, calculer la fraction restante et la comparer aux autres reste la procédure qui mène à une résolution correcte.
Les élèves ont engagé d'autres procédures telles que l'utilisation d'un exemple de distance ou la réalisation du partage à l'aide d'un segment, mais très peu ont été réalisées correctement. Ces élèves ont un souvenir des méthodes utilisées en début de collège, mais une fois que la fraction quotient est enseignée, cette procédure « experte » non maîtrisée prend le pas sur les méthodes personnelles qui ne sont plus des attendus de l'enseignement.
Les élèves les plus en difficulté utilisent maladroitement le contexte pour donner une réponse pragmatique : « Si on réalise un triathlon, la vitesse sera plus élevée en vélo qu'à pied donc il est logique que la distance à pied soit plus courte ». Il faut donc être très prudent au moment de contextualiser un énoncé mathématique.

TABLEAU 5.1.1

Groupe	P1	P2	P3	P4	P5	Autres procédures	Erreur 1	Erreur 2	Autres erreurs	Total général
<1	31 %	2 %	0 %	0 %	0 %	2 %	17 %	7 %	40 %	100 %
1	27 %	7 %	3 %	0 %	1 %	2 %	5 %	2 %	53 %	100 %
2	25 %	8 %	4 %	1 %	0 %	1 %	6 %	6 %	50 %	100 %
3	23 %	5 %	4 %	1 %	1 %	1 %	9 %	5 %	51 %	100 %
4	15 %	7 %	1 %	1 %	2 %	3 %	7 %	5 %	59 %	100 %
5	24 %	5 %	4 %	1 %	0 %	1 %	5 %	4 %	56 %	100 %
Total	**23 %**	**6 %**	**3 %**	**1 %**	**1 %**	**1 %**	**7 %**	**5 %**	**53 %**	**100 %**

Dans la majorité des cas, les élèves comprennent qu'il est nécessaire d'effectuer un calcul fractionnaire et, lorsqu'ils choisissent les opérations correctes (sans prendre en compte les erreurs de calcul), le raisonnement et le sens des opérations sont en place.
Les compétences de résolution de problèmes sont bien mobilisées ici.

En prenant appui sur le document de cotation des compétences présenté en introduction, il est clair que la compétence « chercher » est mobilisée au niveau 2. En effet, les fractions sont en lettres dans l'énoncé, il est donc nécessaire de les traduire en nombres.
La compétence « calculer » est au niveau 2. Il faut choisir les opérations adaptées au problème et maîtriser les notions de base du calcul fractionnaire.
La compétence « raisonner » est également mobilisée au niveau 2. Dans l'énoncé, il est demandé de prendre 1/3 du tout. Il ne faut pas confondre avec prendre 1/3 du reste.
La compétence « communiquer » est aussi au niveau 2.

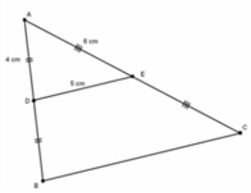
Il s'agit de s'appuyer sur les calculs pour donner son avis suite à une comparaison de fractions.
La compétence « modéliser » est au niveau 1. Le travail consiste à traduire directement par une opération de fractions ou utilisation du partage d'un segment ou d'un diagramme circulaire.
Enfin, la compétence « représenter » est au niveau 1. L'élève doit mettre en œuvre une prise d'informations directe sur les fractions 1/2 et 1/3.
On constate que ce problème est abordé par un grand nombre d'élèves puisque le niveau des compétences mobilisées, dans un contexte motivant, n'est pas très élevé. En revanche, il n'est pas réussi, car la notion mal maîtrisée de fraction d'une quantité chasse des procédures personnelles qui ne sont plus des attendus de l'enseignement à ce niveau scolaire.

5.3 EXEMPLE 3 : GÉOMÉTRIE

L'analyse indique que dans le cadre de la mise en œuvre de la proportionnalité des longueurs des côtés dans des triangles homothétiques, presque 60 % des élèves trouvent la réponse. Cependant ce pourcentage varie beaucoup selon les groupes : moins de 30 % pour les groupes <1 et 1 et plus de 75 % pour les groupes 4 et 5.
Dans le cadre de la mise en œuvre de la proportionnalité des longueurs des côtés dans des triangles homothétiques, l'exercice suivant a été proposé :

FIGURE 5.3.1

Soient ABC un triangle, D le milieu du segment $[AB]$ et E le milieu du segment $[AC]$.
On suppose que $AD=4cm$, $DE=5cm$ et $AE=6cm$.
Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC, sans oublier de justifier la réponse.



Analyse de la tâche proposée :

Un certain nombre d'informations sont « explicites » en voici le détail :

- Une figure qui peut être vue comme deux triangles superposés : ADE « sur » ABC avec D point de [AB] et E point de [AC] ; ou comme un triangle et un quadrilatère juxtaposés (ayant un côté commun) ADE et DBCE avec A, D, B alignés et A, E, C alignés.
- Des mesures (AD = 4 cm ; AE = 6 cm et DE = 5 cm) qui sont à lire sur la figure et des égalités de longueurs qui sont codées sur la figure (nécessite de connaître les codages associés) : AD = DE et AE = EC

Analyse *a priori* des procédures :

Procédures envisagées conduisant à la réponse exacte :

Procédure « Thalès » :
Plusieurs démarches sont possibles dans le cadre de cette procédure :

- Reconnaissance d'une configuration de Thalès, d'une situation d'agrandissement/réduction (double/moitié ; coefficient) ;
- Mobilisation de la propriété de la droite des milieux ;
- Mobilisation de la réciproque de Thalès pour prouver le parallélisme puis utilisation du théorème de Thalès : égalité de rapports « à choisir » (en écrire seulement deux) ou écrire dans un premier temps les trois rapports, puis effectuer les calculs en privilégiant deux rapports ;

Nous avons distingué les élèves qui mobilisent cette procédure et dont les justifications peuvent être complètes, partielles ou comportant des implicites :
Procédure 1 (ou P1) : réponse exacte & propriété de Thalès citée avec justification du parallélisme.
Procédure 2 (ou P2) : réponse exacte & propriété de Thalès citée mais sans vérification complète des hypothèses.
Procédure 3 (ou P3) : réponse exacte & 2 ou 3 rapports égaux mentionnés comme point de départ (propriété de Thalès implicite « Thalès » n'est pas « cité »).
Procédure 4 (ou P4) : réponse exacte & référence non explicitée à une situation d'agrandissement/réduction, avec ou sans tableau de proportionnalité.
Procédure 5 (ou P5) : réponse exacte & configuration de la droite des milieux, explicite ou non.
Procédures 6, 7, 8 (ou P6, P7, P8) : autres procédures non mises en avant dans l'étude.
Procédure 9 (ou P9) : réponse exacte sans aucune justification.

Procédures envisagées ne conduisant pas à la bonne réponse :

Dans le cas d'une procédure « Thalès », nous avons distingué le cas où l'égalité des rapports est correcte, mais les mesures attribuées aux longueurs sont incorrectes ou le traitement numérique pose problème **(erreur 1)** du cas où les rapports proposés sont incorrects **(erreur 2)**.
Nous avons repéré **(erreur 3)** les élèves qui citent et utilisent le théorème de Pythagore dans le triangle ABC en faisant l'hypothèse qu'il est rectangle en A ou en B.
Enfin, nous avons regroupé **(erreur 4)** ceux qui obtiennent une réponse fausse avec une autre procédure que celles envisagées ci-dessus, avec une ou plusieurs erreurs ou avec seulement un début de raisonnement.

Analyse globale des résultats :

L'analyse de l'ensemble des productions des élèves de l'échantillon a permis d'aboutir au tableau suivant :

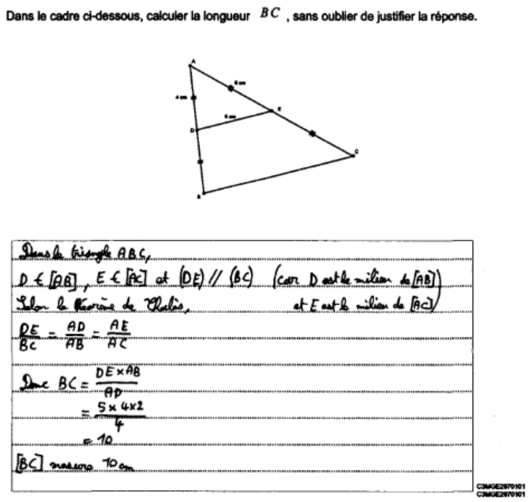
TABLEAU 5.3.1

GROUPE	P1	P2	P3	P4	P5	P 6	P7	P8	P 9	E1	E2	E3	E4	Total
0	0 %	10 %	0 %	0 %	0 %	0 %	3 %	0 %	3 %	0 %	13 %	23 %	47 %	100 %
1	1 %	12 %	1 %	0 %	1 %	3 %	7 %	1 %	1 %	20 %	7 %	12 %	34 %	100 %
2	0 %	25 %	7 %	3 %	0 %	2 %	6 %	1 %	5 %	18 %	11 %	9 %	13 %	100 %
3	3 %	35 %	9 %	6 %	1 %	3 %	3 %	0 %	3 %	19 %	9 %	3 %	6 %	100 %
4	11 %	44 %	5 %	6 %	0 %	4 %	2 %	0 %	2 %	13 %	3 %	3 %	6 %	100 %
5	25 %	34 %	4 %	15 %	1 %	6 %	2 %	0 %	2 %	6 %	3 %	1 %	1 %	100 %
Total	**7 %**	**31 %**	**6 %**	**5 %**	**1 %**	**3 %**	**4 %**	**0 %**	**3 %**	**16 %**	**8 %**	**6 %**	**11 %**	**100 %**

Procédures correctes inférées des analyses de productions d'élèves et du tableau :

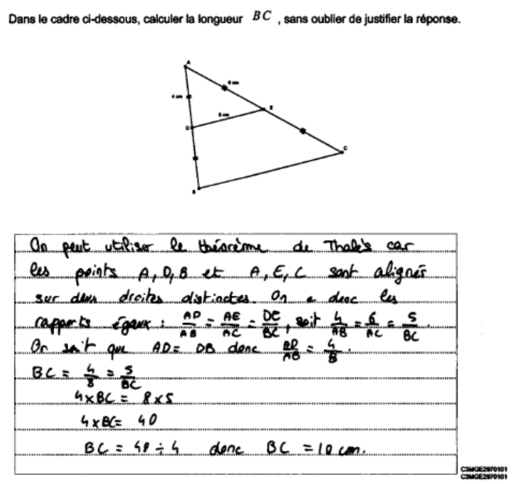
Parmi les élèves qui répondent, 59 % donnent la bonne réponse.
Sur les 59 élèves, 51 ont recours à la procédure « Thalès » (procédures 1, 2, 3 et 4) soit 86 % de ceux qui ont trouvé la réponse exacte.
Exemples.
Procédure 1 :

FIGURE 5.3.2



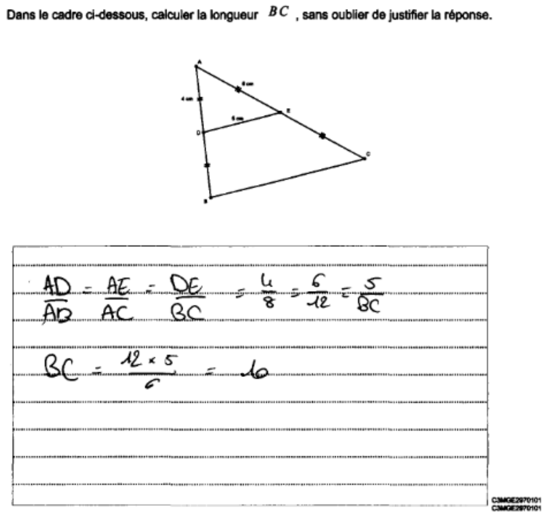
Procédure 2 :

FIGURE 5.3.3



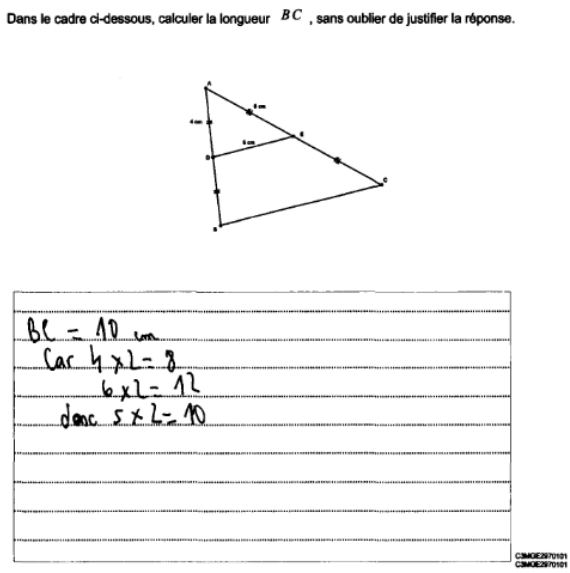
Procédure 3 :

FIGURE 5.3.4



Procédure 4 :

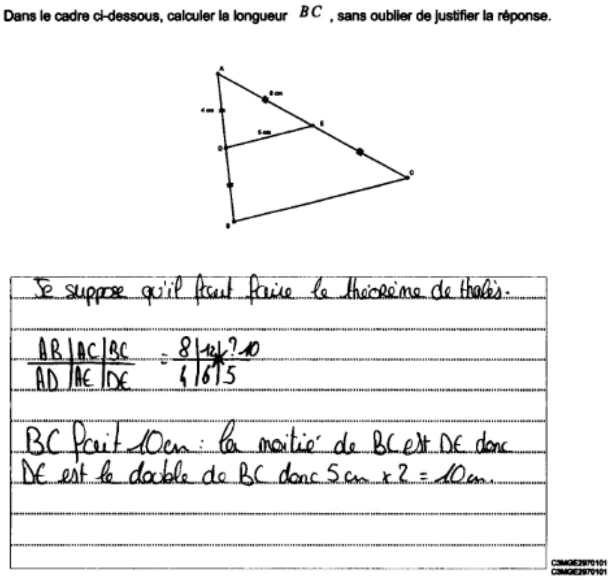
FIGURE 5.3.5



Tandis que la procédure « droite des milieux », la plus experte et rapide, n'est convoquée que par 5 élèves sur 59 (code 5) soit 8 % de ceux qui ont trouvé la réponse exacte.

Procédure 5 :

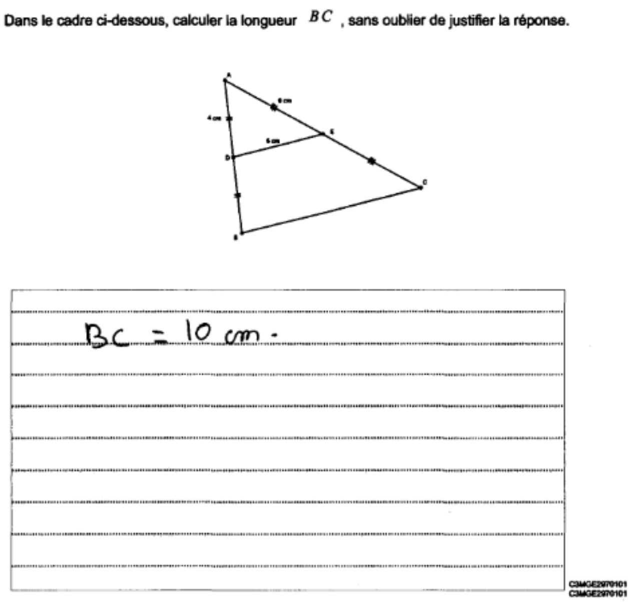
FIGURE 5.3.6



Enfin, 3 élèves parmi 59 proposent la réponse exacte, mais sans aucun début de justification.

Procédure 9 :

FIGURE 5.3.7



Dans le cas de la procédure « Thalès », la propriété qui permet de prouver le parallélisme pour pouvoir utiliser le théorème de Thalès n'est presque jamais citée ; les rapports utilisés (d'abord avec des lettres puis avec des nombres ou directement avec des nombres) sont le plus souvent AD/AB = AE/AC = DE/BC (ou directement 4/8 = 6/12 = 5/BC) et très rarement AB/AD = AC/AE = BC/DE (ou 8/4 = 12/6 = BC/5) et le plus souvent les trois rapports sont écrits. Ensuite, c'est en général un « produit en croix » qui permet de trouver 4 x BC = 40 ou 6 x BC = 60 c'est-à-dire que le rapport 1/2 ou 2 n'est pas « reconnu »…

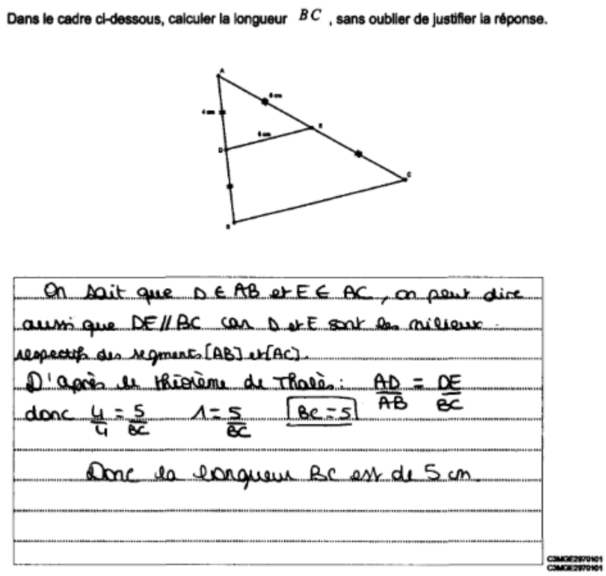
Ainsi, sur 51 élèves qui ont abouti à la réponse exacte en convoquant la propriété de Thalès, seuls 10 élèves justifient le recours au théorème de Thalès soit près de 20 % d'entre eux. La majorité, 31 sur 51, soit 61 % d'entre eux, citent et utilisent le théorème de Thalès, mais ne vérifient pas les hypothèses qui permettent de justifier son utilisation. Enfin, 6 sur 51 se contentent d'écrire des rapports égaux comme point de départ.
Dans le cas de la procédure « droite des milieux », 5 élèves sur 6, soit 83 %, justifient l'utilisation de cette propriété.

<u>Procédures incorrectes inférées des analyses de productions d'élèves et du tableau :</u>

16 % des élèves écrivent correctement l'égalité des quotients, mais n'aboutissent pas à la réponse exacte : soit, ils remplacent une longueur par une mesure incorrecte (par exemple, AB = 4), soit, ils n'arrivent pas à mener le calcul pour aboutir à BC. Dans ce cas, la réponse donnée est souvent 5 cm et n'apparait pas comme étant invraisemblable au regard de la figure initiale.

<u>Exemples.</u>

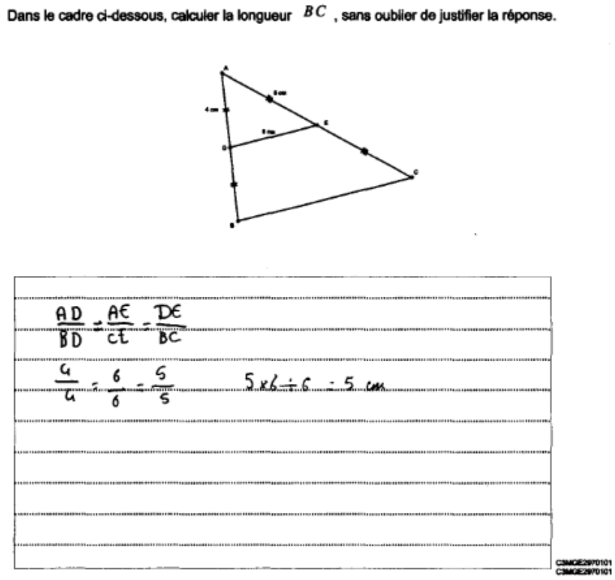
FIGURE 5.3.8



8 % des élèves ont l'intention de mobiliser le théorème de Thalès, mais les quotients égaux ne sont pas justes (par exemple, AD/DB = AE/EC = DE/BC). Autrement dit, la mise en œuvre de la proportionnalité des longueurs dans les triangles n'est pas acquise et ces élèves semblent vouloir effectuer des calculs sans se référer au sens.

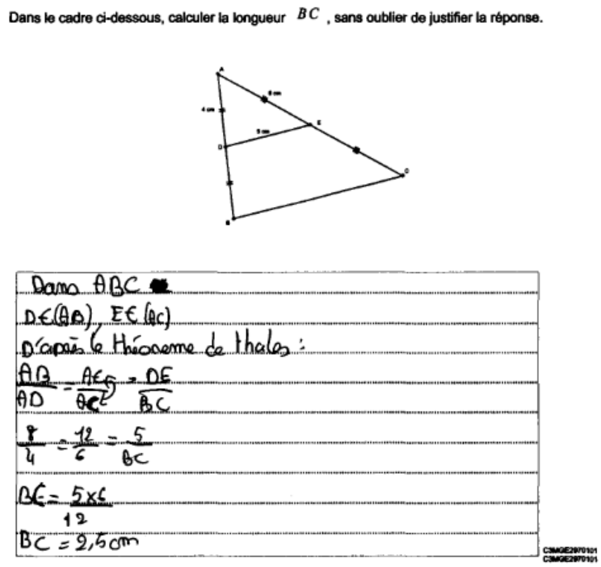
Exemples de natures différentes.

FIGURE 5.3.9


Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC, sans oublier de justifier la réponse.

$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE} = \frac{DE}{BC}$

$\frac{4}{4} = \frac{6}{6} = \frac{5}{5}$ $\quad 5 \times 6 \div 6 = 5$ cm

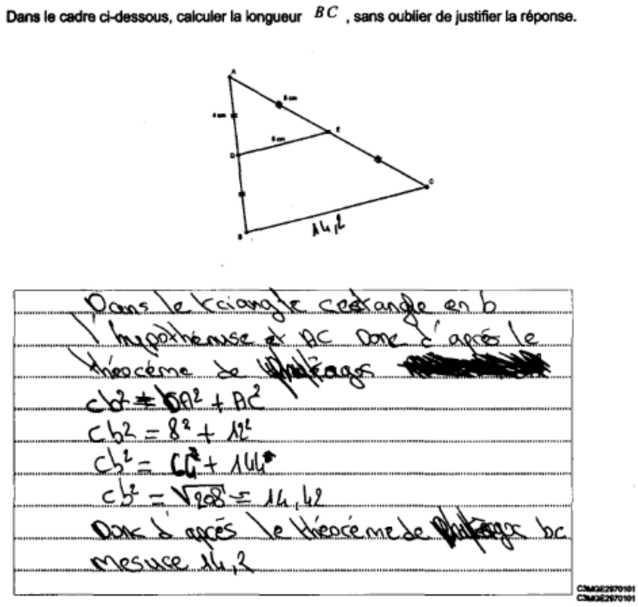

Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC, sans oublier de justifier la réponse.

Dans ABC
D∈(AB), E∈(AC)
D'après le théorème de thales :
$\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$
$\frac{8}{4} = \frac{12}{6} = \frac{5}{BC}$
$BC = \frac{5 \times 6}{12}$
BC = 2,5 cm

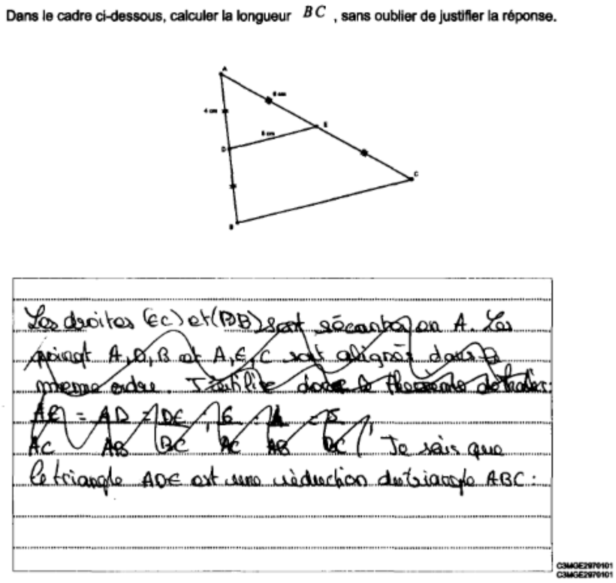
6 % des élèves écrivent une égalité de Pythagore pour calculer BC. Certains justifient le recours au théorème de Pythagore en affirmant que le triangle ABC est rectangle en A ou en B. Ce théorème semble prégnant chez ces élèves malgré une figure qui ne laisse pas voir de triangles rectangles.

Exemples rectangles en A

FIGURE 5.3.10


Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC, sans oublier de justifier la réponse.

Dans le triangle rectangle en b l'hypothénuse et BC donc d'après le théorème de Pythagore
$cb^2 = BA^2 + AC^2$
$cb^2 = 8^2 + 12^2$
$cb^2 = 64 + 144$
$cb = \sqrt{208} = 14,42$
Donc d'après le théorème de Pythagore bc mesure 14,2


Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC, sans oublier de justifier la réponse.

Les droites (EC) et (DB) sont sécantes en A. Les points A, D, B et A, E, C sont alignés dans le même ordre. J'utilise donc le théorème de thalès :
Je sais que le triangle ADE est une réduction du triangle ABC :

Enfin, 11 % des élèves ont une autre démarche inappropriée ou commencent seulement une ébauche de raisonnement.

Analyse des résultats selon les groupes :

On relève des disparités selon les groupes à la fois dans la proportion d'élèves mobilisant l'une ou l'autre des trois procédures correctes et dans la proportion d'élèves qui justifient l'utilisation de théorèmes ou de propriétés.
De même, la disparité attendue selon les groupes dans la proportion des procédures incorrectes (erreurs 1, 2, 3, 4) est respectée : quand on passe du groupe 0 au groupe 5, le taux de procédures incorrectes diminue.

Par exemple, parmi les 16 % d'élèves qui produisent des erreurs de calcul ou en remplaçant les longueurs par des mesures incorrectes (erreur 1), on constate que ce sont les élèves des groupes 1, 2 et 3 qui sont les plus pénalisés. Ces élèves ont, néanmoins, réussi à mobiliser la propriété de Thalès.

Dans le groupe 0, 17 % donnent la bonne réponse. La procédure « Thalès » (codes 1, 2, 3 et 4) est majoritaire (14 %), aucun n'utilise la procédure experte « droite des milieux » et 3 % proposent la réponse exacte, mais sans justification.

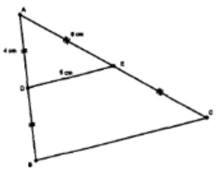
Parmi les élèves de ce groupe qui réussissent, aucun ne justifie l'utilisation d'un théorème ou d'une propriété.

En revanche, dans ce groupe, 13 % mobilisent incorrectement la proportionnalité (erreur 2) tandis que 23 % convoquent une configuration de Pythagore avec un triangle ABC rectangle en A ou en B (erreur 3), soit près d'un élève sur quatre de ce groupe.

Exemples d'erreur 2

FIGURE 5.3.11

Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC, sans oublier de justifier la réponse.



$\frac{AD}{DE} = \frac{DE}{AE} = \frac{AE}{AD}$

$\frac{4}{5} = \frac{5}{6} = \frac{6}{4}$

$= \frac{3}{2}$

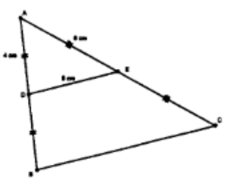
La longueur BC est 32 cm

Enfin, 47 % des élèves de ce groupe produisent d'autres erreurs souvent en nombre ou commencent des raisonnements inappropriés, soit près d'un élève sur 2 de ce groupe (erreur 4).

Exemple d'erreur 4 :

FIGURE 5.3.12

Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC, sans oublier de justifier la réponse.



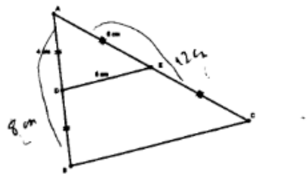
la longueur de BC est 5 cm

Dans le groupe 1, 27 % donnent la réponse exacte. La procédure « Thalès » (codes 1, 2, 3 et 4) est majoritaire (25 %) contre 1 % pour la procédure « droite des milieux » tandis que 1 % propose la réponse exacte, mais sans justification.

Exemple de procédure 2.

FIGURE 5.3.13

Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC, sans oublier de justifier la réponse.



Dans le triangle ABC on a : ~~D∈[AB] et E∈[AC] et DE // BC~~

D∈[AB]

E∈[AC] et DE // BC

D'après le théorème de thalès

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

$\frac{4}{8} = \frac{6}{12} = \frac{5}{BC} ; BC = \frac{5 \times 12}{6} = 10$

La longueur BC est égale à 10 cm

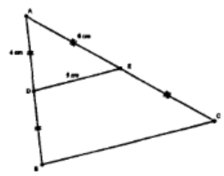
Parmi les élèves de ce groupe qui réussissent, indépendamment de la procédure mobilisée, quelques-uns justifient l'utilisation d'un théorème ou d'une propriété.

Cependant, 20 % des élèves de ce groupe savent écrire l'égalité des quotients sans pour autant être capables d'en dégager la valeur de BC (erreur 1) tandis que 12 % convoquent un triangle rectangle.

Exemple d'erreur 1

FIGURE 5.3.14

Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC, sans oublier de justifier la réponse.



Dans le triangle ABC rectangle en A ont utilise le Théorème de Thalés :

A ; D ; B sont alignés

A ; E ; C sont alignés

(DE) // (BC)

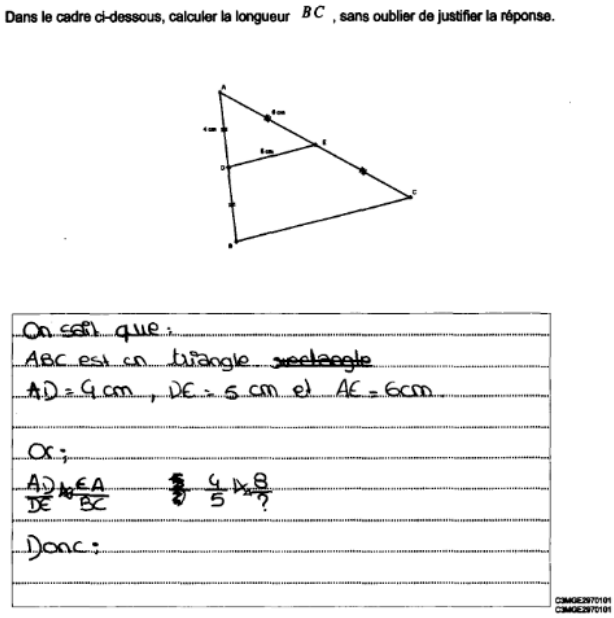
$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ soit $\frac{4}{4} = \frac{6}{6} = \frac{5}{BC}$

Produit en croix : $\frac{6 \times 5}{6} = 5$ cm la longeur BC et égale a 5cm

Enfin, 34 % des élèves de ce groupe produisent d'autres erreurs souvent en nombre ou commencent des raisonnements inappropriés, soit plus d'un élève sur trois de ce groupe (erreur 4).

Exemple d'erreur 4

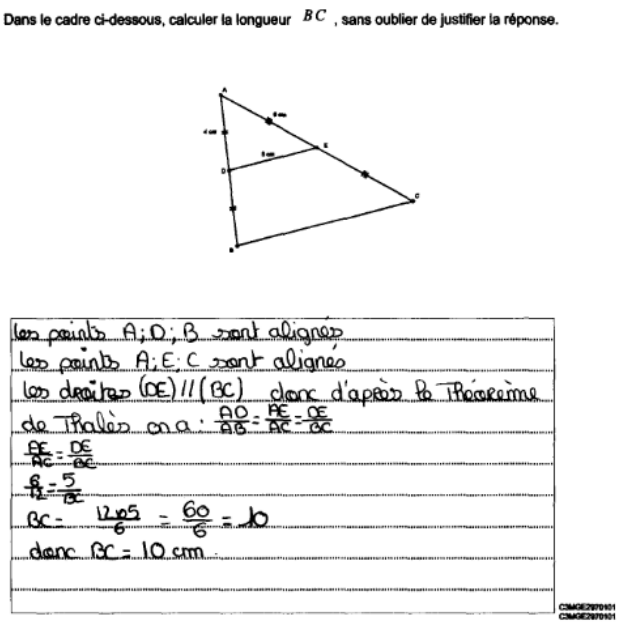
FIGURE 5.3.15



Dans le groupe 2, 49 % donnent la réponse exacte. La procédure « Thalès » (codes 1, 2, 3 et 4) est majoritaire (41 %) contre 3 % pour la procédure « droite des milieux » tandis que 5 % propose la réponse exacte, mais sans justification.

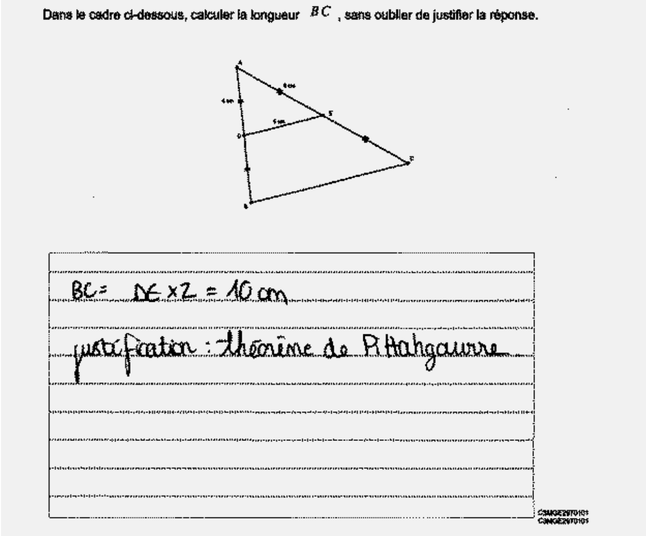
Exemple de procédure 2

FIGURE 5.3.16



Exemple de procédure 4

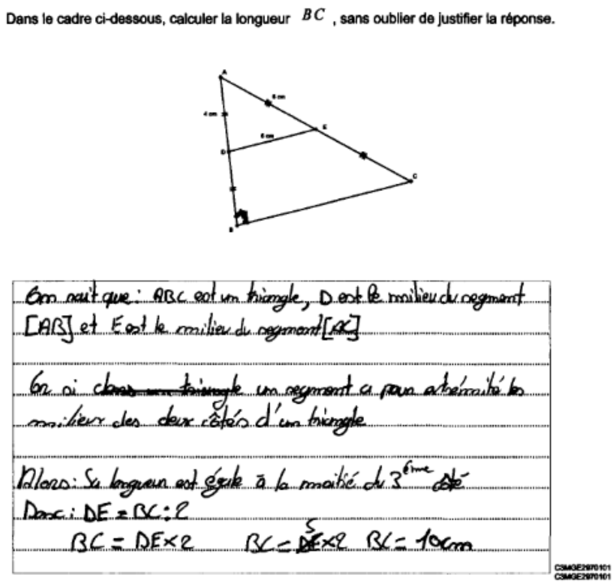
FIGURE 5.3.17



Parmi les élèves de ce groupe, aucun de ceux qui utilisent la procédure « Thalès » ne justifie son utilisation, alors que tous ceux qui utilisent la procédure « droite des milieux » justifient en citant la propriété.

Exemple de procédure 5

FIGURE 5.3.18



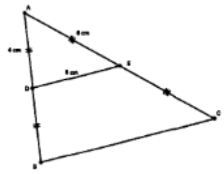
En revanche, plus d'un élève sur deux de ce groupe n'aboutit pas à la réponse correcte.
Cependant, ils sont néanmoins 18 % sur 51 % à avoir correctement écrit l'égalité des rapports (erreur 1).

Dans le groupe 3, 63 % donnent la bonne réponse. La procédure « Thalès » (codes 1, 2, 3 et 4) est majoritaire (53 %) contre 7 % pour la procédure « droite des milieux » tandis que 3 % propose la réponse exacte, mais sans justification.

Exemple de procédure 2

FIGURE 5.3.19

Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC , sans oublier de justifier la réponse.



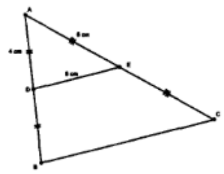
OSQ : ABC triangle
D ∈ (AB)
E ∈ (AC)
(DE) // (BC)
or : d'après Thalès : $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ = Pas besoin de l'autre
$\frac{4}{8} = \frac{5}{BC}$
$BC = \frac{8 \times 5}{4}$
BC = 10
donc : BC = 10 cm

Ici encore, la plupart de ceux qui réussissent recourent à la procédure « Thalès ».
Quant à ceux qui ne réussissent pas globalement, ils sont néanmoins plus de la moitié (19 % sur 37 %) à avoir correctement écrit l'égalité des rapports (erreur 1).

Exemple d'erreur 1

FIGURE 5.3.20

Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC , sans oublier de justifier la réponse.



On sait que nous devons prendre le théorème de Thalès

$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$

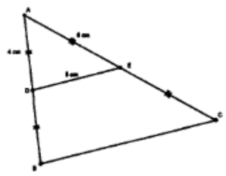
$\frac{6}{AC} = \frac{4}{AB} = \frac{6}{BC}$

Dans le groupe 4, 74 % donnent la réponse exacte. La procédure « Thalès » (codes 1, 2, 3 et 4) est majoritaire (66 %) contre 6 % pour la procédure « droite des milieux » tandis que 2 % propose la réponse exacte, mais sans justification.

Exemple de procédure 1

FIGURE 5.3.21

Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC , sans oublier de justifier la réponse.

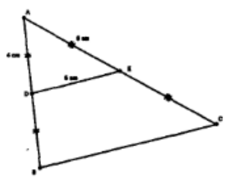


On compare : $\frac{AD}{AB} = \frac{4}{8}$ et $\frac{AE}{AC} = \frac{6}{12}$ 12×4 = 48 et 6×8 = 48
On trouve les mêmes résultats et les points A, E, C sont alignés dans le même ordre que les points A, D, B. Et les droites (CE) et (BD) se coupent en A.
Donc j'utilise la réciproque du théorème de Thalès
Donc : les droites (DE) et (BC) sont parallèles. Donc j'utilise le théorème de Thalès. Donc : $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$
$\frac{5}{BC} = \frac{4}{8}$ $BC = \frac{5 \times 8}{4} = \frac{40}{4} = 10$ $\boxed{BC = 10 \text{ cm}}$

Exemple de procédure 2

FIGURE 5.3.22

Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC , sans oublier de justifier la réponse.



Je sais que : – A, E, C sont alignés dans cet ordre.
– A, D, B sont alignés dans cet ordre
– (DE) // (BC)

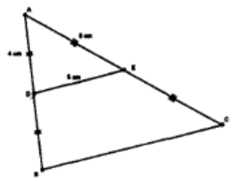
D'après le théorème de Thalès,
$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ $\frac{8 \times 5}{4} = \frac{40}{4} = 10$
$\frac{6}{12} = \frac{4}{8} = \frac{5}{BC}$ BC mesure 10 cm.

La procédure « Thalès » est davantage justifiée que dans les autres groupes (15 % de code 1) et la procédure « droite des milieux » l'est toujours (6 % de code 4). Quant à ceux qui n'aboutissent pas au résultat correct dans ce groupe, ils sont un peu plus de la moitié à écrire correctement l'égalité des quotients (13 % sur 25 %).

Exemple d'erreur 1

FIGURE 5.3.23

Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC, sans oublier de justifier la réponse.



~~ABC triangle rectangle~~

Calculons les rapport $\frac{AB}{AD}$ et $\frac{AC}{AC}$, $\frac{AB}{AD} = \frac{8}{4} = 2$

$\frac{AS}{AC} = \frac{12}{6} = 2$ donc droites (DE) et (BC) sont parallèles.

- (DB) et (ES) st recantes en A et (DE)//(BC)

D'après le théorème de Thalès

$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$ $\frac{8}{4} = \frac{12}{6} = \frac{5}{BC}$

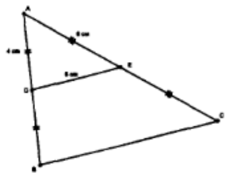
$\frac{5}{BC} = \frac{12}{6}$ $BC = \frac{5 \times 6}{12}$ $BC = 2,5$ cm

Dans le groupe 5, 89 % donnent la bonne réponse. La procédure « Thalès » (codes 1, 2, 3 et 4) est majoritaire (51 %) contre 16 % pour la procédure « droite des milieux » tandis que 2 % propose la réponse exacte, mais sans justification.

Exemple de procédure 1

FIGURE 5.3.24

Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC, sans oublier de justifier la réponse.



On a ADE et ABC triangle tel que D coupe [AB] en son milieu et E coupe (AC) en son milieu

Or dans un triangle si ~~deux points~~ un segment jointe les côtés d'un triangle en son milieu alors il est parallèle aux troisième côté.

Donc [DE] est parallèle à [BC]

On a ADE et ABC triangle tels que D est sur [AB], E est sur [AC] et (DE) parallèle à (BC)

Or d'après le théorème de Thalès :

Donc $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$

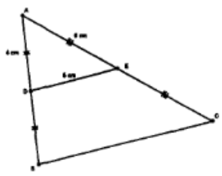
$\frac{4}{8} = \frac{5}{BC} = \frac{6}{12}$

Donc $BC = 5 \times 12 \div 6 = 10$ cm

Exemple de procédure 2

FIGURE 5.3.25

Dans le cadre ci-dessous, calculer la longueur BC, sans oublier de justifier la réponse.



AE = EC = 6 cm 4 cm = AD = DB. Dans le triangle ABC DE = 5 cm

D'après Thalès $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$

donc $\frac{4}{8} = \frac{6}{12} = \frac{5}{10}$

[BC] a pour longueur 10 cm

Ici on a sensiblement le même pourcentage que dans le groupe 4 pour la procédure « Thalès » (63 % contre 66 %), mais, dans ce groupe, davantage d'élèves rédigent complètement la solution : 31 % de code 1 pour le groupe 5 contre 15 % pour le groupe 4. Ce qui change surtout par rapport aux autres groupes, c'est l'utilisation de la procédure « droite des milieux » par 16 % des élèves avec 15 % de justifications complètes.

De même que pour le groupe 4, parmi les élèves n'ayant pas abouti à la réponse exacte, un peu plus de la moitié donnent une égalité des quotients correcte.

Les compétences de résolution de problèmes sont bien mobilisées ici.

En prenant appui sur le document de cotation des compétences présenté en introduction, il est clair que la compétence « chercher » est au niveau 2, l'information sélectionnée doit être interprétée.

L'information est explicite. En effet, la figure peut être vue comme deux triangles superposés : ADE « sur » ABC avec D point de [AB] et E point de [AC] ; ou comme un triangle et un quadrilatère juxtaposés (ayant un côté commun) ADE et DBCE avec A, D, B alignés et A, E, C alignés.

Les mesures (AD = 4 cm ; AE = 6 cm et DE = 5 cm) sont à lire sur la figure et les égalités de longueurs sont codées sur la figure (nécessite de connaître les codages associés) : AD = DE et AE = EC.

La compétence « calculer » est également au niveau 2. L'élève réalise un calcul à partir d'une expression.

La compétence « raisonner » est aussi au niveau 2. Le travail consiste à procéder à une mise en relation des données puis à appliquer une règle.

La compétence « communiquer » est au niveau 3. L'élève doit ordonner et structurer un ensemble de résultats, des solutions et des conclusions. Le raisonnement est à plusieurs étapes.

La compétence « modéliser » est au niveau 1, la situation étant intra-mathématique.
Enfin, la compétence « représenter » est au niveau 3. Il faut relier deux modes de représentation différents.

5.4 EXEMPLE 4 : ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES

Il est plus aisé pour les élèves d'extraire des informations à partir d'un tableau plutôt qu'à partir d'un graphique.
La mise en relation d'informations différentes est une tâche difficile pour nos élèves.
Dans le cadre du traitement de l'information à partir d'un graphique et d'un tableau, l'exercice suivant a été proposé :

FIGURE 5.4.1

Un collège propose une sortie au cinéma pour les élèves des quatre classes de cinquième.
Le prix d'une place est 4 €. Le collège va payer 288 € pour tous les élèves.
Le professeur a récapitulé, sous forme d'un tableau et d'un diagramme, le nombre d'élèves de chaque classe qui participent à la sortie. Malheureusement la fiche récapitulative a été tachée et certaines données ne sont plus lisibles.

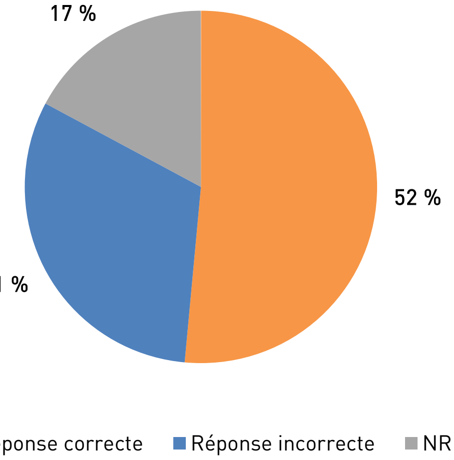
Classe	5A	5B	5C	5D
Nombre d'élèves participant à la sortie	18			22

Le professeur croit se souvenir qu'il y a autant d'élèves de 5C qui participent à la sortie que d'élèves de 5A. Qu'en pensez-vous ?

La partie relative à l'organisation et la gestion de données a pour objectif principal de permettre aux élèves de construire et travailler des compétences nécessaires pour recevoir ou produire de l'information chiffrée. Il s'agit d'une part de continuer à initier les élèves de collège à la lecture, à l'utilisation et à la production de tableaux, de représentations graphiques, d'autre part à travers ces premiers contacts, d'aider les élèves à percevoir que la mise en forme de l'information proposée résulte de choix qui en accentuent ou en atténuent certains aspects et donc de contribuer ainsi au développement de l'esprit critique indispensable dans la vie de tout citoyen. (D'après doc. accompagnement des programmes « organisation et gestion de données » janvier 2007).

L'étude de cet exemple a mis en évidence trois procédures principales pour aboutir au résultat exact.
Dans la première procédure (P 1), l'élève recherche à partir du prix total le nombre d'élèves puis par lecture du tableau et du diagramme, il calcule le nombre d'élèves en 5C (12).

FIGURE 5.4.2 Répartition des réponses



<u>Exemple de production d'un élève du groupe 5 correspondant à la procédure 1 :</u>

FIGURE 5.4.3

Cadre de recherche

288 ÷ 4 = 72 Il y a en tout 72 élèves.
20 + 18 + 22 = 60.
72 − 60 = 12 élèves.
Il y a 12 élèves de 5C.

Réponse : C'est faux. Il y a 12 élèves de 5C qui partent en sortie alors que, en 5A, il y en a 18.

Dans la seconde procédure (P2), les élèves partent du principe qu'il y a autant d'élèves en 5A et en 5C puis par lecture du tableau et du diagramme, ils trouvent le nombre total d'élèves. Ils calculent alors le prix de la sortie et comparent avec le prix total.

Exemple de production d'un élève du groupe 3 correspondant à la procédure 2 :

FIGURE 5.4.4

Cadre de recherche

18 + 20 + 18 + 22 = 78

78 × 4 = 312

312 ≠ 288

Réponse : Il n'y a pas autant d'élève en 5C qu'en 5A car le prix est different de celui de l'énoncé.

Dans la procédure 3 (P3), par lecture du tableau et du diagramme, les élèves trouvent le nombre d'élèves pour 5A-5B-5D. Ils calculent alors le prix pour ces trois classes et trouvent le prix pour la 5C. Ils trouvent ensuite qu'il y a 12 élèves en 5C.

FIGURE 5.4.5

Cadre de recherche

18 + 20 + 22 = 60

60 × 4 = 240

288 − 240 = 48

48 ÷ 4 = 12.

Réponse : Je ne suis pas d'accord avec le professeur. D'après mes calculs, il y avait 12 élèves dans la classe 5C qui participaient à la sortie.

Exemple d'un élève du groupe 4 correspondant à la procédure 3 :

L'étude a analysé également deux démarches principales erronées.

Dans le premier type d'erreur (erreur 1), les élèves raisonnent avec le même nombre d'élèves en 5A et en 5C sans lire la valeur pour 5B dans le diagramme. Ils trouvent alors 14 élèves en 5B et ils n'utilisent pas le diagramme pour comparer et invalider la réponse.

FIGURE 5.4.6

Cadre de recherche

18 × 4 = 72　　22 × 4 = 88　　88 + 72 = 160

288 − 160 = 128

$\frac{128}{4} = 32$

Réponse : Après mes calculs, je sais qu'il sorte 32 élèves qui participent à la sortie dans les cinquièmes B et C. Ainsi, il est possible qu'il y ait le même nombre d'élèves de 5C que de 5A qui participent à la sortie. Il y aurait alors 14 élèves de 5B.

Exemple de démarche erronée (erreur 1) pour un élève appartenant au groupe 3 :

FIGURE 5.4.7

Cadre de recherche

288 : 4　　72

18 + 18 + 22

72 − 58 = 14

Réponse : Si dans la classe 5C il y a 18 élèves. Donc la classe 5B en compte 14. Et le prix est bien de 288 €.

TABLEAU 5.10

GROUPE	P 1	P2	P3	Autres procédures	Erreur 1	Erreur 2	Autres erreurs	Total
<1	0 %	5 %	0 %	0 %	5 %	5 %	86 %	100 %
1	9 %	6 %	8 %	1 %	10 %	2 %	63 %	100 %
2	15 %	16 %	16 %	2 %	18 %	3 %	29 %	100 %
3	22 %	14 %	21 %	3 %	15 %	4 %	20 %	100 %
4	34 %	11 %	28 %	4 %	9 %	1 %	13 %	100 %
5	43 %	6 %	24 %	4 %	9 %	5 %	9 %	100 %
Total	**23 %**	**12 %**	**20 %**	**3 %**	**14 %**	**3 %**	**25 %**	**100 %**

Dans le second type d'erreurs (erreur 2), le raisonnement est correct, mais il y a une erreur de calcul.

Exemple de démarche erronée (erreur 1) pour un élève appartenant au groupe 4 :
L'analyse de l'ensemble des productions des élèves de l'échantillon a permis d'aboutir au tableau ci-dessus :

Cet item est très discriminant pour les groupes 1 et 3. Plus on monte dans les groupes, plus les procédures 1 et 2 sont utilisées.
Les procédures 1 et 3 montrent la construction d'une démarche de résolution de problème pour arriver au nombre d'élève de la classe de 5C. La résolution du problème permet de répondre ensuite à la question de départ.
Ces deux procédures sont utilisées à parts égales (23 % et 20 %) par l'ensemble des élèves.
Seulement 5 % des élèves ont effectué une erreur de calcul dans la résolution de ce problème avec une procédure correcte. Les calculs ne présentaient aucune difficulté pour un élève de troisième.
Par contre, la procédure 1 passe de 0 % pour le groupe <1 à 43 % pour le groupe 5 avec un écart moyen de 8,6 % entre chaque groupe (avec un minimum de 6 % et un maximum de 12 %) alors que la procédure 3 passe de 0 % à seulement 28 % puis redescend à 24 %.
Le tableau montre donc que l'utilisation de la procédure 1 discrimine les élèves en fonction de leur niveau.
La procédure 2 permet de répondre à la question du problème sans trouver le nombre d'élèves de 5C. Elle semble plus rapide à mettre en œuvre. Pourtant, elle n'est utilisée que par 12 % des élèves. Il est intéressant de voir que le groupe <1 utilise seulement cette procédure. Le taux d'utilisation de cette procédure est stable entre 5 % et 16 % alors que le taux d'utilisation des autres procédures croit progressivement en fonction du niveau des groupes.
Ce problème montre aussi qu'au minimum 25 % des élèves (erreur 1 et autres erreurs) n'ont pas réussi à extraire correctement les informations nécessaires à la résolution de ce problème surtout celles à extraire du support graphique. Cela peut s'expliquer par une lecture trop rapide de l'énoncé (graphique après le tableau), par une absence de lien entre le tableau et le graphique, ...
En prenant appui sur le document de cotation des compétences présenté en introduction, il est clair que la compétence « chercher » est mobilisée au niveau 3. En effet, deux informations sont mises en relation pour dégager une bonne méthode de résolution.
La compétence « calculer » est au niveau 1. Il s'agit ici de calculs simples.
La compétence « raisonner » est mobilisée au niveau 4. Il faut justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.
La compétence « communiquer » est aussi au niveau 4. Il s'agit d'écrire la méthode à suivre puis de l'exécuter.

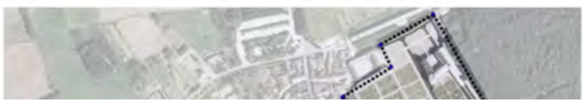
5.5 EXEMPLE 5 : GRANDEURS ET MESURES

L'analyse indique que la notion de périmètre est acquise sur cet exemple à plus de 50 % par les élèves des groupes 3, 4 et 5.
« Appliquer une échelle » est une opération qui, quant à elle, n'a été réussie à plus de 50 % que par les élèves des groupes 4 et 5, ainsi que ceux du groupe 3 si l'on fait abstraction de la rédaction.
Sur ces deux notions, les élèves des groupes <1 et 1 se sont retrouvés en grande difficulté. Ceux du groupe 2 ont eu une réussite partielle (environ un tiers).

Dans le cadre de l'utilisation d'une échelle pour calculer un périmètre par report de longueur, l'exercice suivant a été proposé :

FIGURE 5.5.1

Une personne souhaite effectuer à pied le tour des jardins en suivant le chemin tracé en pointillés sur la photo.



Estimez la longueur de son parcours.
Montrez votre travail et expliquez comment vous avez fait cette estimation.

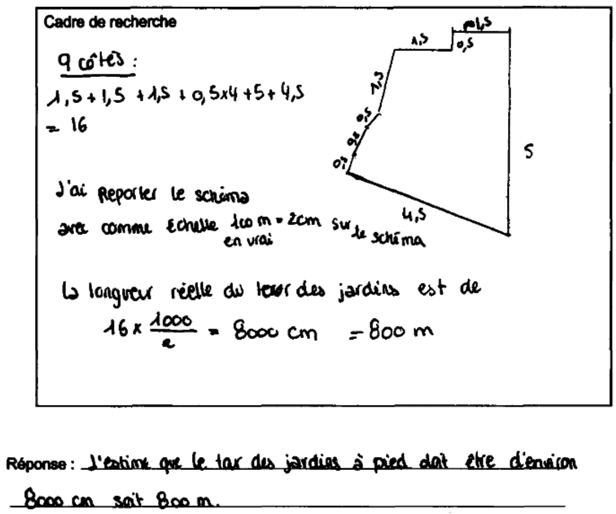
source: www.geoportail.fr

À partir des programmes de l'enseignement scolaire français, l'analyse suivante a été réalisée :
Cet exercice mobilise un champ du programme (gran-

deurs et mesures) mal maîtrisé par les élèves (cf. enquêtes Cedre 2008 et 2014). Une des raisons possibles à ces difficultés, comme l'explique le document d'accompagnement des programmes « grandeurs et mesures » d'octobre 2007) est que « les grandeurs ont longtemps occupé une place importante dans l'enseignement des mathématiques, à l'école et au collège. Puis leur place s'est beaucoup réduite, notamment dans la période des mathématiques modernes, au profit des nombres. Les programmes actuels de l'école et du collège leur redonnent une place plus importante, alors que leur visibilité dans la vie sociale a beaucoup évolué : par exemple, la disparition de l'usage de certains instruments (balance de Roberval) prive l'enseignement de référence à des pratiques sociales convoquant des grandeurs aussi fondamentales que les longueurs et les masses ».
Le taux de non-réponse est élevé (43 %). Il est bien au-dessus de ce que l'on constate habituellement pour de ce type d'exercice « ouvert » (faisant appel à une production écrite de la part des élèves) dans l'évaluation Cedre Mathématiques fin de troisième, la moyenne de non-réponse étant de 23 %.
L'étude de cet exemple a mis en évidence trois procédures principales pour aboutir au résultat exact.
Pour la suite de l'analyse, il faut savoir également que l'échelle Cedre est répartie en six groupes : du groupe <1 composé des élèves de l'échantillon les plus en difficulté au groupe 5 composé des élèves en grande réussite.
L'étude de l'échantillon représentatif des élèves de France métropolitaine a donné, en mai 2014, la répartition suivante :
Groupe < 1 : 3.6 % ; groupe 1 : 15.6 % ; groupe 2 : 27.8 % ; groupe 3 : 28.3 % ; groupe 4 : 15.3 % ; groupe 5 : 9.1 %
La procédure 1 (P1) consiste à mesurer le périmètre en centimètre puis à appliquer l'échelle.

Exemple de production d'un élève du groupe 5 correspondant à la procédure 1 :

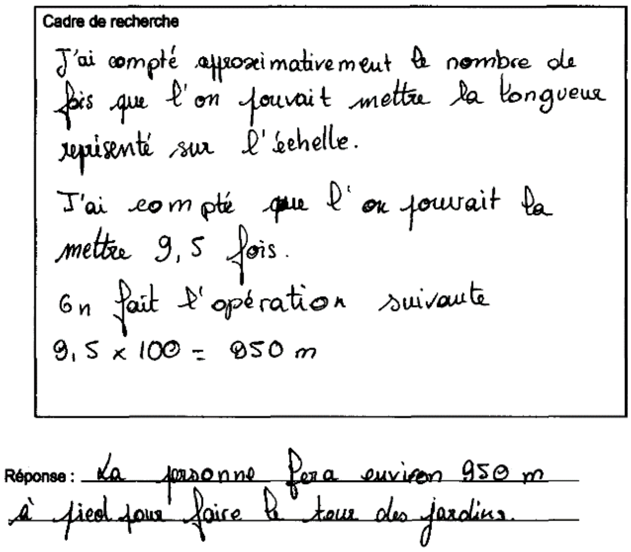
FIGURE 5.5.2



La procédure 2 (P2) consiste à effectuer des reports successifs de l'échelle le long du périmètre (ou de mesurer en centimètre chaque côté) et à calculer les mesures réelles pour ces côtés, même sans trace de calcul

Exemple de production d'un élève du groupe 4 correspondant à la procédure 2 :

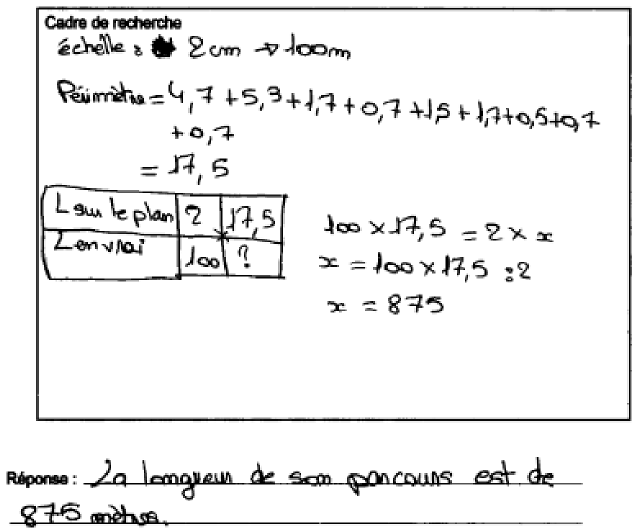
FIGURE 5.5.3



La procédure 3 (P3) consiste à mesurer en centimètre la longueur puis a effectué un tableau de proportionnalité pour appliquer une quatrième proportionnelle par la propriété des produits en croix.

Exemple de production d'un élève du groupe 4 correspondant à la procédure 3 :

FIGURE 5.5.4



L'étude a analysé également trois démarches principales erronées.
La première erreur est la confusion entre la longueur sur le schéma et celle dans la réalité.

Exemple de démarche erronée (erreur 1) pour un élève appartenant au groupe <1 :

FIGURE 5.5.5

Cadre de recherche

J'ai mesuré toutes les lignes droites donc

$1{,}6+5{,}3+4{,}7+0{,}8+0{,}8+0{,}5+1{,}9+1{,}5=17{,}1$

Réponse : La longueur de son parcours est de 17,1 km.

La seconde erreur est d'appliquer une échelle fausse (1 cm pour 100 m)

Exemple de démarche erronée (erreur 2) pour un élève appartenant au groupe 3 :

FIGURE 5.5.6

Cadre de recherche

$4{,}8+5{,}4+1{,}7+0{,}7+1{,}5+1{,}7+0{,}5+0{,}8$
$+0{,}8=17{,}9$ cm

1 cm — 100 m
17,9 — x

$x=\frac{17{,}9\times100}{1}$

$x=1790$ m

Réponse : la longueur de son parcours est de 1790 m.

La troisième démarche est un raisonnement non abouti. L'élève fournit un résultat exact, mais sans procédure apparente ou avec une procédure insuffisante.

Exemple de démarche erronée (erreur 3) pour un élève appartenant au groupe 3 :

FIGURE 5.5.7

Cadre de recherche

J'ai estimé 800 mètres grâce à l'échelle qui se trouve en bas à gauche de ~~la~~ la photo.

Réponse : La longueur de son parcours est de 800 m.

Il ne s'agit pas ici à proprement dit d'une démarche erronée. Dans cette analyse, le choix a été fait de ne considérer comme exactes que les démarches ayant abouties à une réponse correcte et explicite.
L'analyse de l'ensemble des productions des élèves de l'échantillon a permis d'aboutir au tableau ci-dessous :

En cumulant les procédures correctes ainsi que les erreurs 1, 2 et 3, qui sont liées aux échelles, on peut considérer que la notion de périmètre est acquise à plus de 50 % par les élèves des groupes 3, 4 et 5, ainsi que par 41 % des élèves du groupe 2. En revanche, c'est le cas de seulement 25 % des élèves du groupe 1 et de 7 % de ceux du groupe <1.
« Le travail sur l'échelle » est une opération qui, quant à elle, n'est réussie à plus de 50 % que par les élèves des groupes 4 et 5. Les élèves du groupe 3 sont à 45 % de réussite et ceux des groupes <1, 1 et 2 se retrouvent en grande difficulté. Il est cependant intéressant de relever que les scores changent sensiblement dès lors

TABLEAU 5.11

GROUPE	P1	P2	P3	Erreur 1	Erreur 2	Erreur 3	Autres erreurs	Total
<1	0 %	0 %	0 %	7 %	0 %	0 %	93 %	100 %
1	4 %	4 %	0 %	5 %	6 %	6 %	75 %	100 %
2	4 %	14 %	1 %	6 %	6 %	10 %	59 %	100 %
3	15 %	26 %	3 %	3 %	9 %	11 %	33 %	100 %
4	29 %	28 %	9 %	0 %	6 %	7 %	20 %	100 %
5	54 %	20 %	8 %	1 %	2 %	3 %	11 %	100 %
Total	**20 %**	**20 %**	**4 %**	**3 %**	**6 %**	**8 %**	**39 %**	**100 %**

qu'on fait abstraction des questions de rédaction (ajout de l'erreur 3). Dans ce cas les élèves des groupes 3, 4 et 5 dépassent les 50 % de réussite et près d'un tiers de ceux du groupe 2 donnent un résultat convenable. Les élèves du groupe 1 restent en grande difficulté et pas un élève du groupe <1 n'arrive à proposer un résultat correct.
Seuls les élèves du groupe 5 préfèrent majoritairement calculer le périmètre de la figure avant d'appliquer l'échelle (procédure 1 et pour certains la procédure 3). Ceux des groupes 2 et 3 préfèrent appliquer l'échelle à chaque segment en premier, puis calculent le périmètre (procédure 2 et pour certains la procédure 3). Les élèves du groupe 4 se répartissent également entre les deux méthodes. On peut se demander si cela est lié au fait de considérer le périmètre comme une longueur à laquelle on peut appliquer l'échelle ou à une fragilité de la notion même d'échelle – en particulier le fait qu'il est équivalent d'appliquer une échelle à des longueurs et de les additionner ou d'additionner des longueurs puis d'appliquer une échelle.
Par ailleurs il est intéressant de constater que la procédure 3, utilisant la quatrième proportionnelle, est peu utilisée.
Les compétences de résolution de problèmes sont bien mobilisées ici.
En prenant appui sur le document de cotation des compétences présenté en introduction, il est clair que la compétence « chercher » est mobilisée au niveau 3. En effet, deux représentations différentes sont présentes, les grandeurs et la mesure du périmètre d'un côté, et le problème de proportionnalité associé à une échelle.
La compétence « raisonner » est également mobilisée au niveau 3. Il s'agit bien d'un raisonnement à deux étapes.
La compétence « communiquer » est aussi au niveau 3. La communication demande à être ordonnée et structurée en deux étapes.
La compétence « modéliser » est au niveau 2. Le travail consiste à traduire directement le « tour des jardins » en périmètre et l'échelle en calculs de distances réelles.
Enfin, la compétence « représenter » est au niveau 3. L'élève doit utiliser deux modes de représentation différents : géométrique pour la figure des jardins et numérique pour l'échelle.
En conclusion, ces exemples montrent que les évaluations du Cedre jouent donc un rôle précieux dans l'observation des types d'erreurs commises par les élèves considérés, et sur l'information des démarches qu'ils adoptent en fonction du niveau d'acquisition des connaissances et compétences attendues. Mais les analyses réalisées à cette occasion présentent également l'intérêt de permettre d'agir à différents niveaux sur les programmes des disciplines, sur l'organisation des apprentissages, sur les contextes de l'enseignement ainsi que sur des populations caractérisées.

Fiche 6 : analyse du questionnaire « élèves »

L'analyse du questionnaire « élèves » met en évidence que :

— Plus des deux tiers des élèves se déclarent intéressés par la discipline et, dans une même proportion, sont sensibles au rôle des mathématiques pour leur avenir professionnel et leur future carrière. Les réponses restent stables entre 2008 et 2014.

Extrait *Note d'Information* : 16 mai 2015

Image toujours positive de la discipline, mais anxiété face aux notes.

Le questionnaire accompagnant l'évaluation montre qu'une grande majorité des élèves est anxieuse vis-à-vis des notes. Par exemple, 74 % d'entre eux (72 % en 2008) sont d'accord avec l'affirmation suivante : « Je m'inquiète à l'idée d'avoir de mauvaises notes en mathématiques ». Cette anxiété concerne davantage la notation que la discipline elle-même. En effet, comme en 2008, ils ne sont que 36 % à déclarer : « Je deviens très nerveux (nerveuse) quand je travaille à des problèmes de mathématiques ». En 2014, les formes d'apprentissage en collaboration sont encore très appréciées des élèves. 80 % affirment : « J'aime bien travailler en groupe avec d'autres élèves » et 62 % déclarent : « J'apprends mieux en mathématiques quand je travaille avec d'autres élèves de ma classe ».

Enfin, les élèves gardent une image positive de la discipline. Ils sont 68 % à affirmer que « les mathématiques sont une matière importante parce qu'elles sont nécessaires pour de futures études » et 73 % reconnaissent que « le professeur apporte de l'aide supplémentaire quand les élèves en ont besoin ».

— Il est nécessaire que les élèves puissent davantage repérer les objectifs, mémoriser les démarches de résolution, s'entraîner à les mettre en œuvre et traiter des exercices de complexité variée.

— Une proportion importante d'élèves, qu'il faudrait réduire, ne travaille pas ou peu hors la classe.

— Malgré les injonctions institutionnelles, les élèves ne sont toujours pas suffisamment préparés à l'usage du numérique dans les mathématiques.

— Globalement la situation s'améliore entre 2008 et 2014 en ce qui concerne les relations entre professeurs et élèves et sur le climat de classe. Mais le climat de classe semble toujours présenter des caractéristiques gênantes tel que le bruit et l'agitation (pour environ 50 % des élèves).

— Deux élèves sur trois ne sont effrayés ni par la discipline ni par l'activité mathématique, mais sont anxieux (pour 74 % d'entre eux) quant aux notes attribuées dans les évaluations de mathématiques. Il y a une stabilité entre 2008 et 2014.

Question 1 (à propos des mathématiques)

Motivation intrinsèque : quatre items, dont un portant sur l'intérêt (item 3) et les trois autres sur le plaisir de pratiquer les mathématiques (items 1, 4, 6). Ces deux

FIGURE 6.1

Question 1

Êtes-vous d'accord avec les affirmations suivantes ?

(Cochez une case par ligne)

		Tout à fait d'accord	D'accord	Pas d'accord	Pas du tout d'accord
1	J'aime lire des textes qui traitent de mathématiques	☐1	☐2	☐3	☐4
2	Cela vaut la peine de faire des efforts en mathématiques, car cela m'aidera dans le métier que je veux faire plus tard	☐1	☐2	☐3	☐4
3	J'attends mes cours de mathématiques avec impatience	☐1	☐2	☐3	☐4
4	Je fais des mathématiques parce que cela me plaît	☐1	☐2	☐3	☐4
5	Pour moi, cela vaut la peine d'apprendre les mathématiques, car cela améliore mes perspectives de carrière professionnelle	☐1	☐2	☐3	☐4
6	Je m'intéresse aux choses que j'apprends en mathématiques	☐1	☐2	☐3	☐4
7	Les mathématiques sont une matière importante pour moi, parce qu'elles sont nécessaires pour les études que je veux faire plus tard	☐1	☐2	☐3	☐4
8	En mathématiques, je vais apprendre beaucoup de choses qui m'aideront à trouver du travail	☐1	☐2	☐3	☐4

dimensions sont perçues très différemment par les élèves.
Plus des deux tiers des élèves se déclarent intéressés par la discipline. On trouve sur ce point un taux d'intérêt qui rejoint les taux de motivation instrumentale. Mais seulement un sur trois déclare entretenir un plaisir dans sa relation aux mathématiques.
Motivation instrumentale : quatre items dont trois en relation avec l'avenir professionnel (items 2, 5, 8) et un avec les études (item 7). Il aurait été intéressant d'examiner la relation avec l'environnement, la compréhension du monde qui nous entoure.
Plus de deux tiers des élèves considèrent les mathématiques comme importantes pour leur avenir. Ils sont même plus des trois quarts à considérer qu'elles les aideront à améliorer leur carrière professionnelle.
Les réponses à ces quatre items sont très stables de 2008 à 2014.

Question 2 : (méthodes de travail personnel)

FIGURE 6.2

Êtes-vous d'accord avec les affirmations suivantes ?
(Cochez une case par ligne)

		Tout à fait d'accord	D'accord	Pas d'accord	Pas du tout d'accord
1	Quand je prépare un contrôle de mathématiques, j'essaie de déterminer quels sont les points les plus importants à apprendre	☐1	☐2	☐3	☐4
2	Quand j'étudie des mathématiques, je m'oblige à vérifier si j'ai bien retenu les points sur lesquels j'ai déjà travaillé	☐1	☐2	☐3	☐4
3	Quand j'étudie des mathématiques, j'essaie de déterminer quelles sont les notions que je n'ai pas encore bien comprises	☐1	☐2	☐3	☐4
4	Je refais certains problèmes de mathématiques très souvent pour pouvoir les traiter très rapidement	☐1	☐2	☐3	☐4
5	Quand j'étudie des mathématiques, j'apprends le plus possible de choses par cœur	☐1	☐2	☐3	☐4
6	Pour bien retenir la méthode à suivre pour résoudre un problème de mathématiques, je refais plusieurs fois les exemples	☐1	☐2	☐3	☐4
7	Quand je ne comprends pas quelque chose en mathématiques, je cherche toujours un complément d'information	☐1	☐2	☐3	☐4
8	Quand j'étudie des mathématiques, je commence par déterminer exactement ce qu'il faut que j'apprenne	☐1	☐2	☐3	☐4
9	Pour savoir faire des exercices de mathématiques, j'essaie de retenir les procédures de résolution	☐1	☐2	☐3	☐4
10	Après une évaluation, je suis capable de dire ce que je dois travailler	☐1	☐2	☐3	☐4

Travail de mémorisation : cinq items (items 2, 4, 5, 6 et 9).
Apprendre par cœur et refaire des exercices, que ce soit en vue de retenir les méthodes ou pour gagner en rapidité, ne sont pas des démarches d'apprentissage couramment utilisées par les élèves ; moins d'un sur deux les pratique. En revanche, les élèves se centrent sur les méthodes de résolution qu'ils essaient à 86 % de mémoriser.
Travail de contrôle : cinq items (items 1, 3, 7, 8 et 10).
Déterminer ce qu'il faut apprendre, repérer les points importants à travailler, identifier les notions qui ne sont pas encore bien comprises sont les démarches d'apprentissage des mathématiques très majoritairement citées. Ces attitudes réflexives sur la façon de travailler les mathématiques concernent plus de trois quarts des élèves, une proportion en augmentation de 3 % par rapport à 2008. Les élèves indiquent aussi très majoritairement (72 % soit une augmentation de 6 %) aller rechercher des compléments d'information lorsqu'ils ne comprennent pas quelque chose en mathématiques.

Les élèves développent donc en mathématiques une stratégie d'apprentissage centrée sur les procédures qui manque d'opérationnalisation régulière. Repérer les grands objectifs d'apprentissage et les procédures de résolution essentielles constitue une entrée nécessaire et pertinente, mais il faudrait l'accompagner d'un travail de répétition et d'entraînement qui fait défaut à beaucoup. Cette remarque mériterait d'être prise en compte par les professeurs de mathématiques dans le cadre de leurs cours, notamment sur le choix des exercices donnés en fin de cours pour la séance suivante, et en accompagnement personnalisé s'agissant des méthodes de travail à transmettre, l'enjeu étant de proposer des exercices de complexité variée.

Question 3 : compétition ou coopération entre élèves ?

FIGURE 6.3

Question 3

Êtes-vous d'accord avec les affirmations suivantes ?
(Cochez une case par ligne)

		Tout à fait d'accord	D'accord	Pas d'accord	Pas du tout d'accord
1	J'aimerais être le meilleur (la meilleure) de ma classe en mathématiques	☐1	☐2	☐3	☐4
2	En mathématiques, j'aime bien travailler en groupe avec d'autres élèves	☐1	☐2	☐3	☐4
3	Je travaille très dur en mathématiques parce que je veux avoir de meilleurs résultats que les autres aux examens	☐1	☐2	☐3	☐4
4	Quand nous travaillons sur un projet en mathématiques, je trouve que c'est une bonne idée de combiner les idées de tous les élèves du groupe	☐1	☐2	☐3	☐4
5	Je fais vraiment de gros efforts en mathématiques parce que je veux être un des meilleurs	☐1	☐2	☐3	☐4
6	En mathématiques, c'est quand je travaille avec d'autres élèves que je fais le meilleur travail	☐1	☐2	☐3	☐4
7	En mathématiques, j'essaie toujours de faire mieux que les autres élèves de ma classe	☐1	☐2	☐3	☐4
8	En mathématiques, j'aime beaucoup aider les autres à bien travailler en groupe	☐1	☐2	☐3	☐4
9	J'apprends mieux en mathématiques quand je travaille avec d'autres élèves de ma classe	☐1	☐2	☐3	☐4
10	C'est quand j'essaie de faire mieux que les autres que je travaille le mieux en mathématiques	☐1	☐2	☐3	☐4

Compétition : cinq items (items 1, 2, 5, 7 et 10).
La compétition pour être meilleur que les autres ne motive qu'environ 40 % des élèves. Même l'idée d'être le meilleur de la classe, appréciée par 57,8 % des élèves en 2008, perd de son crédit et tombe à moins d'un élève sur deux en 2014.
Les psychologues cognitivistes distinguent sur ces questions les buts de performance positifs (compétition pour être le meilleur) et négatifs (compétition pour éviter d'être le dernier). Il serait intéressant de questionner les élèves aussi sur ce second aspect, seul le premier étant interrogé ici.

Coopération : cinq items (items 3, 4, 6, 8 et 9).
La coopération entre élèves est plébiscitée : plus de 80 % déclarent aimer ce mode de travail.
L'aide apportée aux autres se situe également à un niveau élevé, proche de 60 %.
Lorsqu'il s'agit d'évaluer son efficacité, son crédit baisse entre 55 et 60 %, mais reste à un niveau assez élevé.

Les travaux en petits groupes, mais également le tutorat entre élèves, apparaissent autour de ces résultats comme des pratiques potentiellement efficaces.
Il serait intéressant de rechercher des corrélations entre la position prise sur la coopération et le niveau scolaire à partir des résultats au test.
Par ailleurs, le tutorat entre élèves est parfois mal perçu par certains enseignants qui lui reprochent, sans argument fondé, de freiner les meilleurs au profit de l'aide apportée aux plus faibles. Il serait intéressant d'évaluer le bénéfice du tutorat, aussi bien pour les élèves en grande réussite (les tuteurs) que ceux en difficultés (les tutorés).

Question 4 travail hors classe

FIGURE 6.4

Question 4

En moyenne, combien d'heures par semaine consacrez-vous aux activités suivantes ?
(En répondant, pensez aussi à inclure le temps consacré à ces activités durant le week-end)

Devoirs à la maison donnés par votre professeur de mathématiques :
heures par semaine
Soutien ou aide individualisée en mathématiques avec un professeur, au collège
heures par semaine
Approfondissement en mathématiques avec un professeur, au collège :
heures par semaine
Cours particuliers de mathématiques
heures par semaine
Aide au travail en mathématiques en dehors du collège
heures par semaine
Autres activités de mathématiques (par ex. concours de mathématiques, club de mathématiques)
heures par semaine

Problème de définition des données : 1, 2… 6 sont à remplacer par 0 , 1 …5.
La somme ne fait jamais 100, plutôt entre 90 et 92 : les valeurs (5 constituent un reliquat non comptabilisés.
Devoirs à la maison : un tiers des élèves déclare ne pas travailler à la maison (0h) et un tiers y consacrer une heure par semaine. Le troisième tiers déclare travailler les mathématiques plus d'une heure par semaine.
Aide/soutien ou approfondissement au collège : Environ 18 % déclarent bénéficier d'une aide ou d'un soutien individualisé au collège à raison d'une à deux heures par semaine, 15 % déclarent bénéficier d'approfondissement une à deux heures et 15 % à raison de trois à quatre heures.
Plus d'un élève sur deux ne reçoit pas d'aide en mathématiques hors du collège. Pour ceux qui la reçoivent, c'est très majoritairement sous forme de cours particuliers (près d'un élève sur deux), même si la proportion se tasse de 3,7 % entre 2008 et 2014.

Il semble prioritaire et indispensable de réduire la proportion importante d'élèves qui ne travaillent pas ou peu hors la classe. Une origine de ce fait est liée probablement entre absence de devoirs mis en place par le professeur (sans doute parce que le professeur ne croit pas aux bénéfices de cette pratique) et devoirs proposés par le professeur, mais non réalisés par certains élèves. Une autre origine peut être liée à une pratique insuffisante de retour quotidien sur les notions travaillées avec analyse des procédures et erreurs (exercices « flash » de début de séance). Dans les deux cas, une réponse passerait par une réflexion/formation des enseignants.

Question 5 : usage de l'ordinateur

FIGURE 6.5

Question 5

Les situations suivantes se produisent-elles durant vos cours de mathématiques ?
(Cochez une case par ligne)

		À chaque cours	À la plupart des cours	À quelques cours	Jamais ou presque jamais
1	Les élèves travaillent à partir du manuel et d'autres supports écrits	☐1	☐2	☐3	☐4
2	Les élèves travaillent sur des ordinateurs	☐1	☐2	☐3	☐4
3	Les élèves utilisent un tableur	☐1	☐2	☐3	☐4
4	Le professeur utilise un ordinateur et un vidéoprojecteur	☐1	☐2	☐3	☐4
5	Le professeur demande de rendre un travail sur ordinateur	☐1	☐2	☐3	☐4

Cette question concerne l'étude des outils technologiques mobilisés par les élèves et les enseignants en cours de mathématiques. L'usage du vidéo projecteur par le professeur a explosé entre 2008 et 2014 (usage ponctuel de 44 % à plus de 80 %, usage fréquent et régulier de 20 % à près de 60 %). On peut y voir l'effet de la diffusion du matériel, mais également des manuels numériques. Les usages qui en sont faits sont à interroger : est-ce uniquement pour afficher des présentations de cours ou bien est-ce utilisé pour analyser et comparer des productions d'élèves (erreurs, procédures).
Mais en revanche, la mise au travail des élèves sur l'ordinateur reste faible et tend, de plus et de façon surprenante, à diminuer. En 2014, 69 % des élèves déclarent ne jamais ou presque utiliser l'ordinateur, alors que ce pourcentage était de 61 % en 2008. 29 % l'utilisent à quelques reprises en 2008 comme en 2014.
L'usage du tableur, qui figure explicitement au programme dès la classe de 5^{e}, est absent pour 58 % des élèves en 2014 alors que ce pourcentage était de 69 % en 2008. Aujourd'hui encore, moins de la moitié des élèves reçoit la formation attendue sur l'usage du tableur. Pourtant l'injonction institutionnelle est forte, le tableur étant désormais régulièrement présent dans l'épreuve du DNB. D'une part, et depuis 2008, le programme de 4^{e} est très prescriptif puisque figurent dans

les capacités attendues : créer, modifier une feuille de calcul, insérer une formule ; créer un graphique à partir des données d'une feuille de calcul. »
D'autre part, l'épreuve du brevet a permis d'évaluer, lors de plusieurs sessions, la compréhension du tableur à partir de copies d'écran. Ces questions sont peu abordées (environ un élève sur deux) et très peu réussies (20 % de réponses correctes ou incomplètes), selon le relevé des acquis réalisé lors de la correction des copies de la session 2014.

En 2014, 83 % n'ont pas à rendre de travail sous forme numérique. Une comparaison avec 2008 n'est pas possible, cette question n'étant pas posée en 2008. Ces pratiques sont à développer dans et hors la classe.

On peut d'abord regretter que, malgré les injonctions institutionnelles, les élèves ne soient pas préparés à la société du numérique qui les attend dans certaines dimensions qui relèvent prioritairement de l'enseignement des mathématiques (traitement et représentation de données notamment pour parler des « mathématiques du citoyen »). De plus, on peut indiquer que les potentialités des TICE (tableur, GD, exerciseurs,) ne sont pas suffisamment mises à disposition des élèves pour travailler les mathématiques et aborder l'apprentissage de nouvelles notions, tout en abordant les contraintes d'utilisation (instrumentation, ...). Une évolution de ce fait passerait par la mise en place de formation pour les enseignants avec retour d'expérience sur les usages en classe.

<u>Question 6</u> : relation professeur/élève, climat de classe

FIGURE 6.6

Question 6

Les situations suivantes se produisent-elles durant vos cours de mathématiques ?
(Cochez une case par ligne)

		À chaque cours	À la plupart des cours	À quelques cours	Jamais ou presque jamais
1	Le professeur s'intéresse aux progrès de chaque élève	☐1	☐2	☐3	☐4
2	Les élèves n'écoutent pas ce que dit le professeur	☐1	☐2	☐3	☐4
3	Le professeur apporte de l'aide supplémentaire quand les élèves en ont besoin	☐1	☐2	☐3	☐4
4	Le professeur aide les élèves dans leur apprentissage	☐1	☐2	☐3	☐4
5	Il y a du bruit et de l'agitation	☐1	☐2	☐3	☐4
6	Le professeur continue à expliquer jusqu'à ce que les élèves aient compris	☐1	☐2	☐3	☐4
7	Le professeur doit attendre un long moment avant que les élèves se calment	☐1	☐2	☐3	☐4
8	Les élèves ne peuvent pas bien travailler	☐1	☐2	☐3	☐4
9	Le professeur donne aux élèves l'occasion d'exprimer leurs opinions	☐1	☐2	☐3	☐4
10	Les élèves ne commencent à travailler que bien après le début du cours	☐1	☐2	☐3	☐4

Globalement la situation s'améliore sur les différents items caractérisant les relations entre professeurs et élèves et sur le climat de classe. Les élèves semblent percevoir un peu plus l'aide qui leur est apportée (+ 6 % par rapport à 2008) ainsi que l'intérêt du professeur pour leurs progrès (+ 12 %). Mais, le climat de classe présente toujours des caractéristiques gênantes, bruit et agitation signalés par presque la moitié des élèves ; un élève sur quatre déclare ne pas pouvoir bien travailler, 40 % indiquent ne pouvoir commencer à travailler dans de bonnes conditions qu'un long moment après le début du cours. Toutefois, il y a des éléments d'amélioration entre 2008 et 2014.
Cette question, dont les réponses sont sujettes à une part de subjectivité importante, renvoie à des enquêtes récentes de l'OCDE mettant en évidence l'influence forte du climat de classe sur l'efficacité des apprentissages. Les comparaisons internationales fournies doivent être interprétées avec prudence tant les cultures nationales sont hétérogènes face à cette subjectivité. Mais ici, le regard des élèves est plutôt négatif concernant les phénomènes d'altération du climat de classe sur le travail, avec une légère amélioration entre 2008 et 2014. Une évolution de ce fait nécessiterait certainement la mise en place de formation pour les enseignants avec réflexion sur les gestes professionnels à développer en lien avec le choix et la mise en place de situations d'apprentissage.

<u>Question 7</u> : perception de soi et anxiété

FIGURE 6.7

Question 7

Êtes-vous d'accord avec les affirmations suivantes ?
(Cochez une case par ligne)

		Tout à fait d'accord	D'accord	Pas d'accord	Pas du tout d'accord
1	Je m'inquiète souvent en pensant que j'aurai des difficultés en cours de mathématiques	☐1	☐2	☐3	☐4
2	Je ne suis tout simplement pas bon(ne) en mathématiques	☐1	☐2	☐3	☐4
3	Je suis très tendu(e) quand j'ai un devoir de mathématiques à faire	☐1	☐2	☐3	☐4
4	J'ai de bonnes notes en mathématiques	☐1	☐2	☐3	☐4
5	Je deviens très nerveux (nerveuse) quand je travaille à des problèmes de mathématiques	☐1	☐2	☐3	☐4
6	J'apprends vite en mathématiques	☐1	☐2	☐3	☐4
7	J'ai toujours pensé que les mathématiques sont une des matières où je suis le (la) plus fort(e)	☐1	☐2	☐3	☐4
8	Je me sens perdu(e) quand j'essaie de résoudre un problème de mathématiques	☐1	☐2	☐3	☐4
9	En cours de mathématiques, je comprends même les exercices les plus difficiles	☐1	☐2	☐3	☐4
10	Je m'inquiète à l'idée d'avoir de mauvaises notes en mathématiques	☐1	☐2	☐3	☐4

Perception de soi en mathématiques : cinq items
(items 2, 4, 6, 7 et 9)

Un peu plus de la moitié des élèves ont une perception d'eux-mêmes plutôt positive en mathématiques : 54,3 % s'estiment en désaccord avec l'idée qu'ils ne sont pas bons en mathématiques, ou, plus simplement, 54,3 % estiment qu'ils sont bons en mathématiques, et 52 % considèrent qu'ils ont de bonnes notes en mathé-

matiques. Un élève sur deux estime aussi qu'il apprend vite en mathématiques ce qui laisse penser qu'une certaine aisance est perçue au sein de la discipline.
En revanche ce sentiment positif diminue, pour un certain nombre d'entre eux, là où commence une certaine expertise. Il ne reste en effet qu'un tiers des élèves qui déclare considérer les mathématiques comme une des matières où ils sont le plus forts ou encore qui affirment comprendre même les exercices les plus difficiles.

Anxiété vis-à-vis des mathématiques : cinq items
(items 1,3, 5, 8 et 10)

Un tiers seulement des élèves se déclare très nerveux quand ils se retrouvent confrontés à des problèmes de mathématiques. De même 41 % se déclarent perdus quand ils résolvent des problèmes de mathématiques. Pour la majorité des élèves, la discipline ne se relève donc pas trop génératrice d'anxiété.
En revanche, ils sont 72 % à se déclarer inquiets à l'idée d'avoir de mauvaises notes en mathématiques. La pression de la note, ou plus généralement de l'évaluation, apparait donc réelle et cette fois génératrice de stress pour une majorité des élèves.
45,6 % des élèves se déclarent tendus quand ils ont un devoir de mathématiques à faire, se retrouvant le plus souvent ainsi seuls face à leurs difficultés. Ce résultat apparait parfaitement cohérent avec le fait que 45,7 % se perçoivent comme pas bons en mathématiques. Les difficultés perçues génèrent une inquiétude compréhensible.
Près de 60 % des élèves déclarent s'inquiéter souvent en pensant qu'ils auront des difficultés en mathématiques sans qu'on puisse dissocier ce qui relève de l'inquiétude face à l'apprentissage des mathématiques et aux difficultés elles-mêmes ou des conséquences sur les évaluations et les notes qui en résulteront.

Deux élèves sur trois ne sont effrayés ni par la discipline ni par l'activité mathématique, mais on ne peut pas en dire autant de la perspective des notes attribuées dans les évaluations de mathématiques qui sont anxiogènes pour 72 % d'entre eux.
Ces résultats sont à rapprocher avec ceux obtenus aux questions précédentes : deux tiers des élèves apparaissent motivés par la discipline (question 1), ils sont majoritairement peu attirés par la compétition entre eux (question 3) et ils prennent conscience (% ?) du rôle de l'aide apportée en classe. Il est important que les enseignants de mathématique sachent que leur discipline est potentiellement motivante et appréciée de la majorité de leurs élèves, mais que pour préserver cette image positive et l'engagement qu'elle laisse espérer, ils doivent privilégier l'activité mathématique pour son intérêt intrinsèque et dans un cadre coopératif plutôt que la compétition et la pression ou la contrainte, notamment celles de l'évaluation notée. De même, la comparaison de procédures, l'analyse des erreurs pourraient s'avérer une aide importante pour faire évoluer l'activité des élèves.

<u>Question 8</u> : Perception de la considération des personnes importantes pour l'élève vis-à-vis des mathématiques

FIGURE 6.8

Question 8

Pensez à la manière dont les personnes importantes pour vous considèrent les mathématiques. Êtes-vous d'accord avec les affirmations suivantes ?

(Cochez une case par ligne)

		Tout à fait d'accord	D'accord	Pas d'accord	Pas du tout d'accord
1	La plupart de mes amis ont de bons résultats en mathématiques	☐	☐	☐	☐
2	La plupart de mes amis travaillent beaucoup en mathématiques	☐	☐	☐	☐
3	Mes amis prennent plaisir à faire les contrôles de mathématiques	☐	☐	☐	☐
4	Mes parents pensent qu'il est important pour moi d'étudier les mathématiques	☐	☐	☐	☐
5	Mes parents pensent que les mathématiques sont importantes pour ma carrière	☐	☐	☐	☐
6	Mes parents aiment bien les mathématiques	☐	☐	☐	☐

Perception de la considération des parents vis-à-vis des mathématiques : 3 items (items 4 à 6)

Sans surprise, les élèves ont une haute idée de l'importance qu'accordent leurs parents à la discipline scolaire mathématique. Ils sont plus de neuf sur dix à penser que leurs parents considèrent les mathématiques comme importantes en général et plus des trois quarts qu'elles sont importantes pour leur carrière. Ces données sont à rapprocher de celles recueillies à la question 1 où plus de trois quarts des élèves manifestent une motivation instrumentale. Il y a donc cohérence entre leur point de vue personnel et ce qu'ils imaginent être celui de leurs parents.
Il n'existe pas un lien étroit entre les représentations des parents sur les mathématiques et celles des élèves. Seulement un élève sur trois déclare entretenir un plaisir dans sa relation aux mathématiques alors qu'environ 56 % d'entre eux imaginent que leurs parents aiment cette discipline. La différence peut s'expliquer par un regard positif porté *a priori* sur ses parents qui sont en l'occurrence assez protégés d'une mise à l'épreuve effective.
Perception de la considération des amis vis-à-vis des mathématiques : 3 items (items 1 à 3).

La perception de ce que pensent leurs amis des mathématiques suit leur perception personnelle vis-à-vis de la discipline, mais avec une certaine accentuation.
Ainsi, ils sont plus de 63 % à estimer que la plupart de leurs amis sont bons en mathématiques alors qu'ils ne s'estiment bons eux-mêmes qu'à environ 54 %.
De même ils ne sont que 13,5 % à penser que leurs amis prennent plaisir à faire des contrôles de mathématiques alors qu'ils ne sont que 72 % à déclarer de l'anxiété pour eux-mêmes vis-à-vis des évaluations notées en mathématiques.

Ils considèrent enfin à 40 % que leurs amis travaillent beaucoup en mathématiques ce qui semble moins que pour eux-mêmes qui se sont déclarés assez fortement mobilisés sur les méthodes de travail en réponse à la question 1. Ce résultat peut être rapproché du fait que les élèves se perçoivent comme moins bons que leurs amis. Et en étant moins bons en mathématiques, cela exigerait de travailler davantage pour parvenir au même résultat.

Les statistiques du ministère

education.gouv.fr/statistiques

Sur le site Internet du ministère de l'Éducation nationale, retrouvez l'ensemble des **données publiques** couvrant tous les aspects structurels de l'éducation et de la recherche :

— les derniers résultats d'enquêtes ;

— les publications et rapports de référence ;

— des données détaillées et actualisées ;

— des répertoires, nomenclatures et documentation.

Vous recherchez une information statistique ?

Contactez le centre de documentation (61-65, rue Dutot – 75732 Paris cedex 15) par téléphone au : 01 55 55 73 58 (les **lundis**, **mercredis** et **jeudis** de 14 h à 16 h 30) ou par courriel : **depp.documentation@education.gouv.fr**

Achevé d'imprimer en novembre 2017 sur les presses de l'atelier du MEN-DEPP - 61-65 rue Dutot, 75015 Paris

LES **DOSSIERS** DE LA **DEPP**

209

NOVEMBRE 2017

Ce dossier développe l'analyse des résultats obtenus dans le cadre du cycle des évaluations disciplinaires réalisées sur échantillon (Cedre) en 2014. Il fait le point sur les acquisitions des élèves en fin de collège au regard des objectifs fixés par les programmes en mathématiques. Il propose un bilan des compétences et des connaissances des élèves et rend compte de leur évolution entre 2008 et 2014. Il éclaire également sur les attitudes et représentations des élèves vis-à-vis de la discipline et interroge les pratiques d'enseignement. Une analyse de certains items « ouverts » est aussi présentée. Cet ensemble de ressources intéresse tous les acteurs pédagogiques du système éducatif, des décideurs aux enseignants de terrain, en passant par les formateurs.

15 €
ISSN 2119-0690
e-ISSN 2431-8043
ISBN 978-2-11-152124-7
e-ISBN 978-2-11-152125-4

education.gouv.fr
« Études & stats »

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE

ENGAGEMENT DE SERVICE
ÉVALUATIONS DES ACQUIS DES ÉLÈVES
REF. 253
AFNOR CERTIFICATION
www.afnor.org

direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance